WATAD.me
موقع وتـد التعليمي

الرائع في الرياضيات

التفاضل والتكامل المصفوفات

الفصل الأول

الأستاذ حمزة حامد أبو هيض

الفرعي الأدبي والشرعي - المنهـاج الفلسطيـني

الرائع في الرياضيات - الأستاذ حمزة أبو هيض

الأدبي والشرعي - المنهاج الفلسطيني

WATAD.me
موقع وتـد التعليمي

الأستـاذ حمزة أبـو هيـض
رياضيات توجيهي فلسطين

tchmza

تواصـل مـع الأستـاذ
افتح الكـاميرا وقم بمسح الكود

١ العمليات على الأعداد الصحيحة

الجمع يعبر عن الجمع بالإشارة (+)

هناك حالتين للجمع :

- عندما يكون العددين نفس الإشارة .
- عندما يكون العددين مختلفان الإشارة .

الحالة الأولى :

(+) + (+) = + مع جمع العددين

(−) + (−) = − مع جمع العددين

أمثلة

١) ٤ + ٥ = ٩
٢) −٣ + −٢ = −٥
٣) ٦ + ٥ = ١١
٤) −٦ + −١ = −٧
٥) ٤ + ٤ = ٨
٦) −١ + −١٠ = −١١

الحالة الثانية :

(+) + (−) = نطرح العددين والإشارة للأكبر

(−) + (+) = نطرح العددين والإشارة للأكبر

أمثلة

١) −٢ + ٣ = ١
٢) −٤ + ٦ = ٢
٣) ٩ + −٥ = ٤
٤) −٩ + ٣ = −٦
٥) −١٢ + ٤ = −٨
٦) ١٢ + −٩ = ٣

أوجد ناتج ما يلى :

١) −٤ + ٩ = ...
٢) −١٠ + −١٢ = ...
٣) ٨ + −٣ = ...
٤) −١٣ + ٧ = ...

الطرح يعبر عن الطرح بالإشارة (−)

بشكل عام :

أ − ب = أ + (− ب)

- نحول عملية الطرح إلى عملية جمع ثم نستخدم حالات الجمع السابقة .

مثلاً

١) ٥ − ٣ = ٥ + −٣ = ٢
٢) ٦ − ١ = ٦ + −١ = ٥
٣) −٤ − ٣ = −٤ + −٣ = −٧
٤) −٦ − ٩ = −٦ + −٩ = −١٥

ملاحظة هامة

- عند التقاء اشارتين سالب تتحول العملية إلى جمع

أ − −ب = أ + ب

مثال

١) ٤ − −٥ = ٤ + ٥ = ٩
٢) ٦ − −٤ = ٦ + ٤ = ١٠
٣) −٣ − −٤ = −٣ + ٤ = ١

الضرب يعبر عن الضرب بالإشارة (×)

هناك حالتين للضرب هما :

١- عندما يكون للعددين نفس الإشارة نضرب والاشارة موجب .

(+) × (+) = +

(–) × (–) = +

٢- عندما يكون للعددين مختلفين بالإشارة تضرب والإشارة سالب

(–) × (+) = –

(+) × (–) = –

أمثلة

١) ٦ × ٣ = ١٨

٢) ٣- × ٣- = ٩

٣) ٤- × ٥- = ٢٠

٤) ٦- × ٤ = ٢٤-

٥) ١٠- × ٢- = ٢٠

٦) ٦- × ٢ = ١٢-

القسمة يعبر عن القسمة بالإشارة (÷)

نفس حالات الضرب :

(+) ÷ (+) = +

(–) ÷ (–) = +

(–) ÷ (+) = –

(+) ÷ (–) = –

أمثلة

١) ٤- ÷ ٢- = ٢

٢) ٨- ÷ ٢- = ٤

٣) ١٢ ÷ ٣ = ٤

٤) ٢٠- ÷ ٥ = ٤-

٥) ١٦- ÷ ٢ = ٨-

أوجد ناتج ما يلى :

١) ٤- × ٣- = ...

٢) ٦ × ٢- = ...

٣) ٢١- ÷ ٧ = ...

٤) ٢٨- ÷ ٤- = ...

٥) ١٦- ÷ ٢ = ...

الكسور

١ الكسر العادي

هو الكسر الذى يكون فيه المقام أكبر من البسط

مثلاً $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٦}{٩}$ ، $\frac{٩}{١٣}$

٢ العدد الكسرى

هو العدد الذى يكون فيه عدد وكسر

مثلاً $٢\frac{١}{٧}$ ، $٣\frac{٤}{٩}$ ، $٦\frac{٩}{١٢}$

WATAD Hamza Abuhaid

جمع وطرح الكسور

الحالة الأولى :

إذا كان المقامات متساوية

$$\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ب} = \frac{أ+حـ}{ب}$$

مثلاً

$$\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٣} = \frac{١+٢}{٣} = \frac{٣}{٣}$$

$$\frac{٥}{٩} + \frac{٢}{٩} = \frac{٢+٥}{٩} = \frac{٧}{٩}$$

إذا كانت المقامات غير متساوية نوحد المقامات ثم نجرى العملية

أمثلة

١) $\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٤} = \frac{٤}{٤} = ١$

٢) $\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٣} = \frac{٣\times٥ + ٢\times١}{٣\times٥} = \frac{٥+٦}{١٥} = \frac{١١}{١٥}$

٣) $\frac{٤}{٣} + \frac{١}{٢} = \frac{٢\times٣ + ١\times٤}{٢\times٣} = \frac{٣+٨}{٦} = \frac{١١}{٦}$

٤) $\frac{٦}{٧} - \frac{٢}{٤} = \frac{٤\times٦ - ٢\times٧}{٤\times٧} = \frac{٢٤-١٤}{٢٨} = \frac{١٠}{٢٨}$

٥) $\frac{٢}{٧} - \frac{١}{٤} = \frac{٤\times٢ - ١\times٧}{٤\times٧} = \frac{٨-٧}{٢٨} = \frac{١}{٢٨}$

الضرب والقسمة على الكسور

الضرب : نضرب مباشرة دون توحيد مقامات

$$\frac{أ}{ب} \times \frac{حـ}{د} = \frac{أ\times حـ}{ب\times د}$$

مثلاً

١) $\frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٥} = \frac{٣\times٢}{٥\times٢} = \frac{٦}{٢٠}$

٢) $\frac{١}{٦} \times \frac{٢}{٤} = \frac{١\times٢}{٦\times٤} = \frac{٢}{٢٤}$

٣) $\frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٣} = \frac{٦}{١٥}$

٤) $\frac{٦}{٧} \times \frac{٢}{٣} = \frac{١٢}{٢١}$

القسمة : لها طريقة خاصة ولا نحتاج لتوحيد المقامات

$$\frac{أ}{ب} \div \frac{حـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{حـ}$$

– نحول القسمة إلى ضرب ونقلب الطرف الآخر ثم نجد الناتج

مثلاً

١) $\frac{٣}{٥} \div \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{١} = \frac{٦}{٥}$

٢) $\frac{٦}{٩} \div \frac{٢}{٣} = \frac{٦}{٩} \times \frac{٣}{٢} = \frac{١٨}{١٨} = ١$

مربع العدد ومكعبه

مثلاً

نريد أن نربع العدد أ

ليكن أ : عدد حقيقيًا

$أ^{٢} = أ \times أ$

وكذلك تربيع الأعداد :

$١^{٢} = ١ \times ١ = ١$

$٢^{٢} = ٢ \times ٢ = ٤$

$٣^{٢} = ٣ \times ٣ = ٩$

$٤^{٢} = ٤ \times ٤ = ١٦$

$٥^{٢} = ٥ \times ٥ = ٢٥$

$٦^{٢} = ٦ \times ٦ = ٣٦$

$٧^{٢} = ٧ \times ٧ = ٤٩$

$٨^{٢} = ٨ \times ٨ = ٦٤$

$٩^{٢} = ٩ \times ٩ = ٨١$

$١٠^{٢} = ١٠ \times ١٠ = ١٠٠$

مثال أوجد ناتج ما يلى :

١) $٤^{٢} + ٦^{٢} = ١٦ + ٣٦ = ٥٢$

٢) $٢^{٢} + ١٠^{٢} = ٤ + ١٠٠ = ١٠٤$

٣) $٧^{٢} + ١٤ = ٤٩ + ١٤ = ٦٣$

مثلاً نريد أن نكعب العدد أ

ليكن أ : عدد حقيقيًا

$أ^{٣} = أ \times أ \times أ$

وكذلك تكعيب الأعداد :

$١^{٣} = ١ \times ١ \times ١ = ١$

$٢^{٣} = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨$

$٣^{٣} = ٣ \times ٣ \times ٣ = ٢٧$

$٤^{٣} = ٤ \times ٤ \times ٤ = ٦٤$

$٥^{٣} = ٥ \times ٥ \times ٥ = ١٢٥$

$١٠^{٣} = ١٠ \times ١٠ \times ١٠ = ١٠٠٠$

مثال أوجد ناتج ما يلى :

١) $٦^{٢} + ٤^{٣} + ٢^{٣} = ٣٦ + ٦٤ + ٨ = ١٠٨$

٢) $٥^{٢} + ٢^{٢} - ٤^{٢} = ٢٥ + ٤ - ١٦$

$= ٢٩ - ١٦ = ١٣$

٣) $٨^{٢} - ٤^{٣} + ٢^{٢} = ٦٤ - ٦٤ + ٤ = ٤$

الجذور

$\sqrt{\ }$: جذر تربيعي

$\sqrt[٣]{\ }$: جذر تكعيبي

مثلاً

١) $\sqrt{١٦} = \sqrt{٤ \times ٤} = \sqrt{٤^{٢}} = ٤$

٢) $\sqrt{٤} = \sqrt{٢ \times ٢} = \sqrt{٢^{٢}} = ٢$

٣) $\sqrt[٣]{٨} = \sqrt[٣]{٢ \times ٢ \times ٢} = \sqrt[٣]{٢^{٣}} = ٣$

- قواعد مهمة فى الجذور والأسس.

١) $\sqrt[ب]{أ^{١}} = \sqrt[ب]{أ}$

٢) $\sqrt[ب]{أ^{م}} = \sqrt[ب]{أ^{م}}$

مثال

١) $\sqrt{٩}^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{٩} = ٣$

٢) $\sqrt[٣]{٨}^{\frac{١}{٣}} = \sqrt[٣]{٨} = ٢$

٣) $-\sqrt[٣]{٢٧}^{\frac{١}{٣}} = -\sqrt[٣]{-٢٧} = -٣$

٤) $\sqrt[٣]{١٦}^{\frac{٣}{٢}} = \sqrt[٣]{١٦^{٣}} = ٦٤$

٥) $\sqrt{١٠٠}^{\frac{١}{٢}} = \sqrt{١٠٠} = ١٠$

الأسس

إذا كان أ ، ب عددان حقيقيان وكان ب ، م أعداد صحيحة فإن :

١) $أ^{ب} \times أ^{م} = أ^{ب+م}$

٢) $\frac{أ^{م}}{أ^{ب}} = أ^{م-ب}$

٣) $(أ^{ب})^{م} = أ^{ب \times م}$

٤) $(أ \times ب)^{ب} = أ^{ب} \times ب^{ب}$

٥) $(\frac{أ}{ب})^{ب} = \frac{أ^{م}}{ب^{ب}}$

WATAD.me Hamza H. Abuhaia

٦) $أ^{0} = ١$

٧) $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$

٨) $(\frac{أ}{ب})^{ن} = (\frac{ب}{أ})^{-ن}$

أمثلة

١) $-١^{٠} = ١$ ٢) $-٧^{٠} = ١$ ٣) $١٠^{٠} = ١$

٤) $-٢^{-٢} = \frac{١}{٢^{٢}} = \frac{١}{٤}$ ٥) $(\frac{١}{٣})^{٢} = \frac{١}{٣^{٢}} = \frac{١}{٩}$

٦) $\frac{٢^{٩}}{٢^{٥}} = ٧^{٩-٥} = ٢^{٤} = ١٦$

٧) $(\frac{٢}{٣})^{-٢} = (\frac{٣}{٢})^{٢} = \frac{٣^{٢}}{٢^{٢}} = \frac{٩}{٤}$

المقادير الجبرية

هو مجموعة من الحدود الجبرية بينها عمليات حسابية .

أولاً : الحد الجبرى : هو حاصل ضرب ثابت فى متغير أو أكثر ويسمى الثابت (معامل الحد الجبرى)

ثانيًا : الحدود الجبرية المتشابهة هى الحدود التى لها نفس الأسس وإن كانت المعاملات متشابهة أو مختلفة

توضيح (١) :

الحد الجبرى	المعامل
٤س	٤
-٢ص	-٢
$\frac{١}{٢}$س	$\frac{١}{٢}$
٢٦	٦

توضيح (٢) :

مثلاً

٦س ، ٣س ← حدان متشابهان

$\frac{١}{٢}$س^{٢} ، ٤س^{٢} ← حدان متشابهان

٢س^{٢} ، ٤س^{٣} ← حدان غير متشابهان

٣س^{٥} ، ٣س^{٦} ← حدان غير متشابهان

الاقترانات

أنواع الاقترانات :

١ الاقتران الثابت

يأتى على صورة ق (س) = أ

مثلاً

إذا كان ق (س) = ٤ ، جد ما يلى :

ق (٤) = ؟ ← ق (٤) = ٤

ق ($\frac{١}{٢}$) = ؟ ← ق ($\frac{١}{٢}$) = ٤

لأنه اقتران ثابت

٢ الاقتران الخطى

يأتى على صورة ق (س) = أس+ب، أ ≠ صفر

مثال

إذا كان ق (س) = ٤س + ١ جد ما يلى :

ق (٢) = ٤(٢) + ١ = ٩

ق ($\frac{١}{٢}$) = ٤($\frac{١}{٢}$) + ١ = ٣

٣ الاقتران التربيعي

يأتي على صورة: ق (س) = أ س^{٢} + ب س + حـ

مثلاً

$\frac{١}{٣}$ + ٦ س + $\frac{س^{٢}}{٢}$ ⟵ ٤ س^{٢} + س + ٥

إذا كان ق (س) = ٦ − ٣ س^{٢} جد ما يلي :

ق (١) = ٦ − ٣ (١)^{٢} = ٣

ق (−٢) = ٦ − ٣ (−٢)^{٢} = ٦ − ١٢ = −٦

٤ الاقتران النسبي

يأتي على صورة : ق (س) = $\frac{ك س}{م س}$

مثلاً

ق (س) = $\frac{٦ س − ٤}{س^{٢} − ١}$

٥ الاقتران الجذري

يأتي على صورة ق (س) = $\sqrt[ن]{هـ (س)}$

مثلاً

ق (س) = $\sqrt[٣]{س^{٥} − ٢}$

ق (س) = $\sqrt[٦]{س^{٢} + ١}$

التحليل

أولاً : الفرق بين مربعين :

(س^{٢} − أ^{٢}) = (س − أ)(س + أ)

أ^{٢} − س^{٢} = (أ − س)(أ + س)

مثال احلل كلاً مما يأتي :

١) س^{٢} − ٩ = (س − ٣)(س + ٣)

٢) ١٦ − س^{٢} = (٤ − س)(٤ + س)

٣) س^{٢} − ٢٥ = (س − ٥)(س + ٥)

٤) ٣٦ − س^{٢} = (٦ − س)(٦ + س)

٥) س^{٢} − ١٠٠ = (س − ١٠)(س + ١٠)

ثانيًا : العبارة التربيعية ثلاثية الحدود :

يأتي على صورة : أ س^{٢} + ب س + حـ

مثلاً احلل كلاً مما يأتي :

١) س^{٢} − ٥ س + ٦ = (س − ٣)(س − ٢)

٢) س^{٢} − ٣ س + ٢ = (س − ٢)(س − ١)

٣) س^{٢} + ٦ س + ٨ = (س + ٤)(س + ٢)

٤) س^{٢} − ٦ س − ٦ = (س − ٣)(س + ٢)

اخراج عامل مشترك

مثلاً

٤ س − ٢ ⟵ ٢ (٢ س − ١)

٥ س + ١٠ ⟵ ٥ (س + ٢)

س^{٢} + ٢ س ⟵ س (س + ٢)

٢ س^{٣} + ٤ س ⟵ ٢ س (س^{٢} + ٢)

أمثلة

٣ س − ١٥ ٣ (س − ٥)

س^{٣} − ٢ س^{٢} س^{٢} (س − ٢)

٢ س^{٢} − ٤ س ٢ س (س − ٢)

س^{٣} − ٥ س^{٢} − س س (س^{٢} − ٥ س − ١)

٢ س^{٢} − ٤ س ٢ س (س^{٢} − ٤)

حل المعادلات

١ المعادلة الخطية

أس + ب = حـ

١) ٢س − ٨ = ٤

+ ٨ + ٨

$\frac{٢س}{٢} = \frac{١٢}{٢}$ ⟹ س = ٦

٢) ٣س + ٣ = ٦

− ٣ − ٣

$\frac{٣س}{٣} = \frac{٣}{٣}$ ⟹ س = ١

٣) ٦ + ٢س = ١٠

− ٦ − ٦

$\frac{-٢س}{-٢} = \frac{٤}{-٢}$ ⟹ س = ٥

٢ المعادلة التربيعية

أس^{٢} + ب س + حـ = ٠

١) س^{٢} − ٤ = ٠

+ ٤ + ٤

$\sqrt{س^{٢}} = \sqrt{٤}$ ⟹ س = ±٢

٢) ٩ − س^{٢} = ٠

− ٩ − ٩

$\frac{-س^{٢}}{-١} = \frac{-٩}{-١}$ ⟹ $\sqrt{س^{٢}} = \sqrt{٩}$

س = ±٣

٣) س^{٢} − ٢س − ٣ = ٠

(س − ٣)(س + ١)

س = ٣ ، س = −١

٣ المعادلة الأسية

هي المعادلة التي يكون فيها الأس متغيرًا

مثلاً إذا كان : م ، ن متغيران

$م^{ن} = م^{ن}$ ⟹ م = ن

مثال حل المعادلات الآسية الآتية :

١) $٢^{س} = ٢^{٣}$

هنا نرى أن الأساس متشابه (٢ = ٢)

وهذا يعني أن الأس تتساوى (س = ٣)

٢) $٢^{س} = ٨$ ⟹ $٢^{س} = ٢^{٣}$ ⟹ س = ٣

٣) $٢^{س+١} = ٤$ ⟹ $٢^{س+١} = ٢^{٢}$ ⟹ س + ١ = ٢ ⟹ س = ١

− ١ − ١

٤) $(\frac{١}{٢})^{٢س} = ٢^{-٥}$ ⟹ $٢^{-٢س} = ٢^{-٥}$

−٢س = −٥ ⟹ س = $\frac{٥}{٢}$

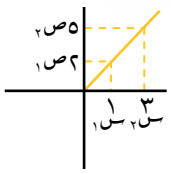
٨ س = ٢ ⟹ $٢^{٣س} = ٢^{١}$

٣س = ١ ⟹ س = $\frac{١}{٣}$

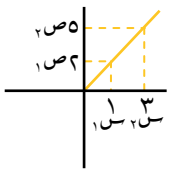
الميل

هو الفرق بين نقطتين على خط مستقيم (الانحدار)

$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١} = \frac{\text{فرق الصادات}}{\text{فرق السينات}}$



مثال



$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$= \frac{٣ - ٥}{١ - ٢} = \frac{٢}{١} = ٢$

VATAD.net Hamza H. Abuhaia

WATAD.me
Hamza
H. Abuhaid

WATAD.me
Hamza
H. Abuhaid

WATAD.me
Hamza
H. Abuhaid

WATAD.me
Hamza
H. Abuhaid