

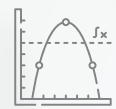
تأسيس توجيحي

2007

توزع مجاناً
غير مخصصة للبيع



Samer Rashad



الأستاذ سامر رشاد



الرياضيات للعلمي والصناعي



تأسيس توجيحي

2007

فوالله لنبلغن أحلامنا،
مهما كانت صعباً



المنصة الأولى في الشرق الأوسط
الحاصلة على شهادة الآيزو في التعليم

تواصل مع الأستاذ سامر رشاد

+972598916106

تابع حصص التأسيس مجاناً
على موقع وتد التعليمي





٢- مجموع مربعين :

تربيع + مقدرا ، مقدار + تربيع ، تربيع + تربيع

لا تحلل

$$س^٢ + ٢١ = (س + ٢)^٢$$

$$س^٢ + ٩ = (س + ٣)^٢$$

$$س^٢ - ٢٥ = (س - ٥)^٢$$

٣- شبيه الفرق بين مربعين :

* أي مقدار (قوة زوجية) - مقدار * أو العكس

الأسئلة: حل كل مما يلي

$$(١) س^٤ - ص^٤$$

$$(س^٢ - ص^٢)(س^٢ + ص^٢) =$$

$$(س - ص)(س + ص)(س^٢ + ص^٢) =$$

$$(٢) س^٨ - ٨١$$

$$(س^٤ - ٩)(س^٤ + ٩) =$$

$$(س^٢ - ٣)(س^٢ + ٣)(س^٤ + ٩) =$$

$$(٣) س^٨ - ص^٨$$

$$(س^٤ - ص^٤)(س^٤ + ص^٤) =$$

$$(س^٢ - ص^٢)(س^٢ + ص^٢)(س^٤ + ص^٤) =$$

$$(س - ص)(س + ص)(س^٢ + ص^٢)(س^٤ + ص^٤) =$$

$$(٤) (٥\sqrt{٢} + س)(٥\sqrt{٢} - س) = ٢٥ - (٢\sqrt{٢}س)^٢$$

$$(٥) (س\sqrt{١} + س)(س\sqrt{١} - س) = ١ - س^٢$$

$$(٦) (١ - س)^٤ - ١٦$$

$$(٢(١ - س) + ٤)(٢(١ - س) - ٤) =$$

$$(٢(١ - س) + ٤)((١ - س) + ٢)((١ - س) - ٢) =$$

$$(٢(١ - س) + ٤)(١ - س + ٢)(١ + س - ٢) =$$

$$(٢(١ - س) + ٤)(س + ١)(س - ٣) =$$

١ : التحليل

١- الفرق بين مربعين :

تربيع - تربيع ، تربيع - مقدار ، مقدار - تربيع

$$س^٢ - ٢١ = (س - ٢)(س + ٢)$$

الأسئلة: حل كل ما يلي

$$(١) س^٢ - ٢٥ = (س - ٥)(س + ٥)$$

$$(٢) ١٠٠ - ص^٢ = (١٠ - ص)(١٠ + ص)$$

$$(٣) ٢٥ - س^٢ = (٥ - س)(٥ + س)$$

$$(٤) ٢٧ - س^٣ = (٣ - س)(٩ + ٣س + س^٢)$$

$$(٥) ٣ = (٩ - س^٢)٣ = (٣ - س)(٣ + س)٣$$

$$(٦) ٨٠ - ص^٢ = (١٠ - ص)(١٠ + ص)$$

$$(٧) ٨١ - (١ + س)^٢ = (٩ - (١ + س))(٩ + (١ + س))$$

$$(٨) (١٠ + س)(٨ - س) =$$

$$(٩) ٣٦ - (٢ + ص)^٢ =$$

$$(١٠) ((٢ + ص) + ٦)((٢ + ص) - ٦) =$$

$$(١١) (٢ + ص + ٦)(٢ - ص - ٦) =$$

$$(١٢) (٨ + ص)(٤ - ص) =$$

$$(١٣) (٣ - س)^٢ - ١٦ =$$

$$(١٤) ((٣ - س) + ٤)((٣ - س) - ٤) =$$

$$(١٥) (٣ - س + ٤)(٣ + س - ٤) =$$

$$(١٦) (س - ٧)(س + ١) =$$

$$(١٧) (٣ - س)^٢ - (٢ + س)^٢ =$$

$$(١٨) ((٣ - س) + (٢ + س)) \times ((٣ - س) - (٢ + س)) =$$

$$(١٩) (٣ - س + ٢ + س)(٣ + س - ٢ + س) =$$

$$(٢٠) (١ - س^٣)(س - ٥) =$$

٥- شبيهه فرق (مجموع) المكعبين :

الأسئلة : كل كل مما يلي

(١) $٦٤ - ٦٤$

$$(٨ - ٣)(٨ + ٣) =$$

$$(٤ - ٢)(٢ + ٢)(٤ + ٢ + ٢) =$$

(٢) $٩ - ٩$

$$(٢ - ٣)(٣ + ٢) = (٣ - ٣)(٣ + ٢) =$$

(٣) $٢٧ + ٢٧$

$$(٩ + ٣)(٣ + ٣) =$$

(٤) $٥ - ٣$

$$(٥ - ٣)(٣ + ٥) =$$

٦- التحليل النوني

قوة ليس لها جذر تربيعي أو تكعبي مثل :

(مقدار) ٥ ، (مقدار) ٧ ، (مقدار) ١١ و هكذا

قوة فردي $\pm$ مقدار آخر

تحليل نوني

قوة زوجي $-$ مقدار آخر

فرق بين مربعين (الأفضل)

الأسئلة : حل كل ما يلي إلى عوامله

(١) $٥ - ٥$

$$(٥ - ٥)(٥ + ٥) =$$

$$(٥ - ٥)(٥ + ٥) =$$

(٢) $٧ + ٧$

$$(٧ + ٧)(٧ - ٧) =$$

$$(٧ + ٧)(٧ - ٧) =$$

$$(٧ + ٧)(٧ - ٧) =$$

$$(٧ + ٧)(٧ - ٧) =$$

٤- فرق (مجموع) مكعبين :

تكعيب $\pm$ مقدار ، مقدار $\pm$ تكعيب ، تكعيب $\pm$ تكعيب

$$(\sqrt[3]{\text{الأول}} \pm \sqrt[3]{\text{الثاني}}) =$$

$$(\text{مربع الأول} \pm \text{مربع الثاني} \pm \text{مربع الثالث})$$

تمهيد :

$$(١ - ٣) = \sqrt[3]{(١ - ٣)}$$

$$٣ = \sqrt[3]{٢٧} ، ٢ = \sqrt[3]{٨} ، ١ = \sqrt[3]{١}$$

$$٥ = \sqrt[3]{١٢٥} ، ٦ = \sqrt[3]{٢١٦} ، ٤ = \sqrt[3]{٦٤}$$

$$١٤ = \sqrt[3]{٢٧٤٤} ، ٣ = \sqrt[3]{٢٧} ، ٢ = \sqrt[3]{٨}$$

الأسئلة : حل كل مما يلي

$$(١ - ٣)(٣ + ١) =$$

$$(١ - ٣)(٣ + ١) =$$

ملاحظة : العبارة التربيعية الناتجة عن الفرق و المجموع مكعبين لا

تحلل و سنوضح في تحليل العبارة التربيعية (لأن مميزها سالب)

$$(١ + ٣) - ١٢٥$$

$$(١ + ٣)(٣ + ١) =$$

$$(١ + ٣)(٣ + ١) =$$

$$(٢ - ٣) + ٦٤$$

$$(٢ - ٣)(٣ + ٢) =$$

$$(٢ - ٣)(٣ + ٢) =$$

$$١٢٥ - ٣٨$$

$$(١٢٥ - ٣٨)(٣٨ + ١٢٥) =$$

$$(١٢٥ - ٣٨)(٣٨ + ١٢٥) =$$

$$(٢٧ - ٣)٣ = ٨١ - ٣$$

$$(٢٧ - ٣)٣ =$$

$$(١ - ٣) + (١ + ٣)$$

$$((١ - ٣) + (١ + ٣)) =$$

$$((١ - ٣) + (١ + ٣)) =$$

$$((١ - ٣) + (١ + ٣)) =$$



$$\begin{aligned} (9) \quad & \text{س}^1 - \text{س}^8 = 206 \\ (2 - \text{س}) &= (\text{س}^2 \times \text{س}^4 + \text{س}^2 \times \text{س}^2 + \text{س}^1 \times \text{س}^6 + \text{س}^1 \times \text{س}^7) \\ &= (\text{س}^2 \times \text{س}^1 + \text{س}^2 \times \text{س}^1 + \text{س}^2 \times \text{س}^2 + \text{س}^2 \times \text{س}^3 + \\ &= (2 - \text{س})(\text{س}^1 + \text{س}^2 + \text{س}^3 + \text{س}^4 + \text{س}^5 + \text{س}^6 + \text{س}^7) \\ &= (2 - \text{س})(\text{س}^1 + \text{س}^2 + \text{س}^3 + \text{س}^4 + \text{س}^5 + \text{س}^6 + \text{س}^7) \end{aligned}$$

طريقة أخرى:

$$\begin{aligned} & 206 - \text{س}^8 \\ & \text{س}^2(\text{س}^6 - \text{س}^8) = \\ & \text{س}^2(\text{س}^6 - \text{س}^8) = \\ & \text{س}^2(\text{س}^6 - \text{س}^8) = \\ & \text{س}^2(\text{س}^6 - \text{س}^8) = \end{aligned}$$

٧- العبارة التربيعية:

ثلاثة حدود: س^2 ، س ، رقم

الأسئلة: حل كل مما يلي إلى عوامله

$$(1) \quad \text{س}^2 - 7\text{س} + 10 = (\text{س} - 5)(\text{س} - 2)$$

عددين: مجموعهما 7 و ضربهما 10

$$(2) \quad \text{س}^2 - 6\text{س} + 9 = (\text{س} - 3)(\text{س} - 3)$$

عددين: ضربهما 9 و مجموعهما 6

$$(3) \quad \text{س}^2 - 5\text{س} - 14 = (\text{س} + 2)(\text{س} - 7)$$

عددين ضربهم -14 و مجموعهما -5

$$(4) \quad \text{س}^2 - 5\text{س} - 6 = (\text{س} + 1)(\text{س} - 6)$$

عددين ضربهم -6 و مجموعهم -5

$$(5) \quad \text{س}^3 + 2\text{س}^2 - 15\text{س} = \text{س}(\text{س}^2 + 2\text{س} - 15)$$

$$= \text{س}(\text{س} + 5)(\text{س} - 3)$$

بعد أخذ العامل المشترك العبارة التربيعية الناتجة:

عددين ضربهما -5 و مجموعهما 2

$$\begin{aligned} (3) \quad & \text{س}^2 + 32 = (\text{س}^2 + 16 + 16) \\ &= (\text{س} + 4)^2 \\ &= (\text{س} + 4)(\text{س} + 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (4) \quad & \text{س}^2 - 32 = (\text{س}^2 - 16 - 16) \\ &= (\text{س} - 4)^2 \\ &= (\text{س} - 4)(\text{س} - 4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (5) \quad & \text{س}^2 - 128 = (\text{س}^2 - 64 - 64) \\ &= (\text{س} - 8)^2 \\ &= (\text{س} - 8)(\text{س} - 8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (6) \quad & \text{س}^2 + 128 = (\text{س}^2 + 64 + 64) \\ &= (\text{س} + 8)^2 \\ &= (\text{س} + 8)(\text{س} + 8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (7) \quad & \text{س}^3 - 243 = (\text{س}^3 - 27 - 216) \\ &= (\text{س} - 3)^3 \\ &= (\text{س} - 3)(\text{س} - 3)(\text{س} - 3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (8) \quad & \text{س}^3 + 243 = (\text{س}^3 + 27 + 216) \\ &= (\text{س} + 3)^3 \\ &= (\text{س} + 3)(\text{س} + 3)(\text{س} + 3) \end{aligned}$$



٢ : القسمة التركيبية

$$(١) \text{ س } ٣ - ٦ \text{ س } ٢ + ١ \text{ س } ١ - ٦$$

(الاصفار النسبية المحتملة):

عوامل الحد المطلقة $\{1 \pm, 2 \pm, 3 \pm, 6 \pm\}$ بالتجربة: $\boxed{1 = \text{س}}$ $\leftarrow ٠ = ٦ - ١ \text{ س } ١ + ٦ - ١$ $\leftarrow (١ - \text{س})$ أحد عوامل

س	س ^١	س ^٢	س ^٣
٦ -	١ ١	٦ -	١
٦	٥ -	١	
٠	٦	٥ -	١

$$\text{س } ٢ - ٥ \text{ س } ١ + ٦ = (٣ - \text{س})(٢ - \text{س})$$

$$\therefore \text{س } ٣ - ٦ \text{ س } ٢ + ١ \text{ س } ١ - ٦$$

$$= (١ - \text{س})(٣ - \text{س})(٢ - \text{س})$$

$$(٢) \text{ س } ٣ - ٣ \text{ س } ٢ + ٢$$

(الاصفار النسبية المحتملة):

عوامل الحد المطلق $\{1 \pm, 2 \pm\}$ بالتجريب: $\boxed{1 = \text{س}}$ $\leftarrow ٠ = ٢ + ٣ - ١$ $\leftarrow (١ - \text{س})$ أحد العوامل

س	س ^١	س ^٢	س ^٣
٢	٣ -	٠	١
٢ -	١	١	
٠	٢ -	١	١

$$\text{س } ٢ + \text{س } ٢ - ٢ = (٢ + \text{س})(١ - \text{س})$$

$$\therefore \text{س } ٣ - ٣ \text{ س } ٢ + ٢$$

$$= (٢ + \text{س})(١ - \text{س})(١ - \text{س})$$

$$(٤) - \text{س } ٥ - ٣ \text{ س } ٢ + ١ \text{ س } ١ = - \text{س } ٥ + (٢ + \text{س})$$

$$(٥) \text{ س } ٢ - ٣ \text{ س } ٢$$

$$= \text{س } ٢ (١ - ٣) = (١ - ٣) \text{ س } ٢ = (١ - ٣) \text{ س } ٢$$

$$= \text{س } ٢ (١ - ٣) (٢ + \text{س}) = (١ - ٣) \text{ س } ٢ (٢ + \text{س})$$

$$(٦) \text{ س } ٢ - ٦ \text{ س } ٢ + ١ \text{ س } ١ = (٨ - ٣ \text{ س } ٢) \text{ س } ٢$$

$$= \text{س } ٢ (٢ - \text{س}) (٢ + \text{س}) = (٢ - \text{س}) \text{ س } ٢ (٢ + \text{س})$$

(باستخدام جميع الحدود)

$$(٧) \text{ س } ٣ - ٣ \text{ س } ٢ + ٢ \text{ س } ١ - ١$$

$$= \text{س } ٢ (٣ - \text{س}) - (٣ - \text{س}) = (٣ - \text{س}) (\text{س } ٢ - ١)$$

$$= (٣ - \text{س}) (\text{س } ٢ - ١) = (٣ - \text{س}) (\text{س } ٢ - ١)$$

$$= (٣ - \text{س}) (\text{س } ٢ - ١) (٢ + \text{س}) = (٣ - \text{س}) (\text{س } ٢ - ١) (٢ + \text{س})$$

(باستخدام جميع الحدود)

$$(٨) \text{ س } (٢ - \text{س}) + ٢ - \text{س}$$

$$= \text{س } (٢ - \text{س}) + (٢ - \text{س}) = (٢ - \text{س}) (\text{س } + ١)$$

$$= (٢ - \text{س}) (\text{س } + ١) = (٢ - \text{س}) (\text{س } + ١)$$

$$= (٢ - \text{س}) (\text{س } + ١) = (٢ - \text{س}) (\text{س } + ١)$$

$$= (٢ - \text{س}) (\text{س } + ١) = (٢ - \text{س}) (\text{س } + ١)$$

$$= (٢ - \text{س}) (\text{س } + ١) = (٢ - \text{س}) (\text{س } + ١)$$

(باستخدام جميع الحدود)

$$(٩) (١ + \text{س}) ١ - ٦ - ٣ \text{ س } ٢ + ١$$

$$= (١ + \text{س}) (١ - ٦ - ٣ \text{ س } ٢ + ١) = (١ + \text{س}) (١ - ٦ - ٣ \text{ س } ٢ + ١)$$

$$= (١ + \text{س}) (١ - ٦ - ٣ \text{ س } ٢ + ١) = (١ + \text{س}) (١ - ٦ - ٣ \text{ س } ٢ + ١)$$

$$= (١ + \text{س}) (١ - ٦ - ٣ \text{ س } ٢ + ١) = (١ + \text{س}) (١ - ٦ - ٣ \text{ س } ٢ + ١)$$

$$= (١ + \text{س}) (١ - ٦ - ٣ \text{ س } ٢ + ١) = (١ + \text{س}) (١ - ٦ - ٣ \text{ س } ٢ + ١)$$

(باستخدام جميع الحدود)

$$(١٠) \text{ س } ٣ + \text{س } ٢ - ٤ \text{ س } ٢ - ٤$$

$$= \text{س } ٢ (١ + \text{س}) - (١ + \text{س}) = (١ + \text{س}) (\text{س } ٢ - ١)$$

$$= (١ + \text{س}) (\text{س } ٢ - ١) = (١ + \text{س}) (\text{س } ٢ - ١)$$

$$(5) \text{ س } 3 - 2 \text{ س } + 1$$

الاصفار النسبية المحتملة:

عوامل الحد المطلق $\{1 \pm\}$

بالتجربة: $\boxed{1 = \text{س}}$ $\leftarrow 0 = 1 + 2 - 1$

$$\leftarrow (1 - \text{س}) \text{ أحد العوامل}$$

س	س ¹	س ²	س ³
1	2-	0	1
1-	1	1	
0	1-	1	1

$$\text{س}^2 + \text{س} - 1 \leftarrow \text{المميز}$$

$$\text{ب}^2 - 4 = 1 - 1 \times 1 \times 4 - 1 = -4 \Rightarrow 0 = 4 + 1 = 1 - 1 \times 1 \times 4 - 1 = -4$$

المميز موجب : القانون العام

$$\text{س} = \frac{-\sqrt{1-4} \pm \sqrt{1-4}}{1 \times 2} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4}}{1 \times 2}$$

$$\therefore \text{س}^3 - 2 \text{س} + 1 = 0$$

$$= (1 - \text{س}) \left(\left(\frac{-\sqrt{1-4} - 1}{2} - \text{س} \right) \left(\frac{-\sqrt{1-4} + 1}{2} - \text{س} \right) \right)$$

$$(6) \text{ س } 4 + 3 \text{ س}^2 + 8 \text{ س} - 1$$

الاصفار النسبية المحتملة:

عوامل الحد المطلق $\{1 \pm, 2 \pm, 4 \pm, 8 \pm\}$

بالتجربة: $\boxed{1 = \text{س}}$ $\leftarrow 0 = 8 - 4 + 3 + 1$

$$\leftarrow (1 - \text{س}) \text{ أحد العوامل}$$

س	س ¹	س ²	س ³	س ⁴
1	0	4	3	1
1	8	4	1	
0	8	8	4	1

بما أن الناتج عبارة تكعيبية
نحلل باستخدام القسمة
التركيبية مرة أخرى

$$\rightarrow \text{س}^4 + 3 \text{س}^3 + 8 \text{س}^2 + 8 \text{س} - 1$$

الاصفار النسبية المحتملة:

عوامل الحد المطلق $\{1 \pm, 2 \pm, 4 \pm, 8 \pm\}$

بالتجربة: $\boxed{-2 = \text{س}}$ $\leftarrow 0 = 8 + 16 - 16 + 8 - 1$

$$(3) \text{ س } 3 - 2 \text{ س}^2 - 8 \text{ س} - 5$$

الاصفار النسبية المحتملة:

عوامل الحد المطلق $\{1 \pm, 5 \pm\}$

بالتجربة: $\boxed{-1 = \text{س}}$ $\leftarrow 0 = 5 - 8 + 1 - 2$

$$\leftarrow (1 + \text{س}) \text{ أحد العوامل}$$

س	س ¹	س ²	س ³
5-	8-	1-	2
5+	3	2-	
0	5-	3-	2

$$2 \text{س}^3 - 2 \text{س}^2 - 8 \text{س} - 5 = (1 + \text{س})(5 - \text{س}^2)(1 - \text{س})$$

$$\therefore 2 \text{س}^3 - 2 \text{س}^2 - 8 \text{س} - 5 = 0$$

$$= (1 + \text{س})(5 - \text{س}^2)(1 - \text{س})$$

$$(4) \text{ س } 3 + 2 \text{س}^2 + 6 \text{س} - 24$$

الاصفار النسبية المحتملة:

عوامل الحد المطلق $\{1 \pm, 2 \pm, 3 \pm, 4 \pm, 6 \pm, 12 \pm, 24 \pm\}$

بالتجربة: $\boxed{2 = \text{س}}$ $\leftarrow 0 = 24 - 12 + 4 + 8$

$$\leftarrow (2 - \text{س}) \text{ أحد العوامل}$$

س	س ¹	س ²	س ³
24-	6	1	1
24	6	2	
0	12	3	1

$$\text{س}^3 + 3 \text{س}^2 + 12 \text{س} - 24 \leftarrow \text{المميز}$$

$$\text{ب}^2 - 4 = 12 - 9 = 12 \times 1 \times 4 - 9 = -9 \Rightarrow 39 - 9 = 12 - 9 = 12 \times 1 \times 4 - 9 = -9$$

المميز سالب : العبارة التربيعية لا تحلل

$$\therefore \text{س}^3 + 2 \text{س}^2 + 6 \text{س} - 24 = 0$$

$$= (2 - \text{س})(\text{س}^2 + 3 \text{س} + 12)$$



٥ : حل المعادلات

١- حل المعادلات الجبرية بمتغير واحد

حل المعادلات التالية :

$$٥ = ١ + ٢س$$

$$\text{الحل : } ٢س = ١ - ٥ \Leftarrow ٢س = -٤ \Leftarrow \boxed{س = -٢}$$

$$٣ = ١ - س$$

$$\text{الحل : } -س = ١ - ٣ \Leftarrow -س = -٢ \Leftarrow \boxed{س = ٢}$$

$$٨ = ٢س - ٤$$

$$\text{الحل : } ٢س = ٨ + ٤ \Leftarrow ٢س = ١٢ \Leftarrow \boxed{س = ٦}$$

$$٨ = (٤ - س)٤$$

$$\text{الحل : } ٨ = ١٦ - ٤س \Leftarrow ٤س = ١٦ - ٨ \Leftarrow ٤س = ٨ \Leftarrow$$

$$\boxed{س = ٢} \Leftarrow \frac{٤س}{٤} = \frac{٨}{٤} \Leftarrow س = ٢$$

$$٥ + ٢س = ٣س + ١$$

$$\text{الحل : } ٢س - ٣س = ١ - ٥ \Leftarrow \boxed{س = -٤}$$

$$٨ + س = ٢ - ٣س$$

$$\text{الحل : } ٣س = ٢ - ٨ - س \Leftarrow ٣س = -٦ - س \Leftarrow \boxed{س = -٢}$$

$$٢ - س = \frac{١ + س}{٢}$$

$$\text{الحل : } ١ + س = ٢ - س \Leftarrow ٢س = ١ \Leftarrow س = \frac{١}{٢}$$

$$-س = ٥ - \Rightarrow \boxed{س = -٥}$$

$$٠ = ١٦ - ٢س$$

$$\text{الحل : } (٤ - س)(٤ + س) = ٠ \Leftarrow \boxed{س = ٤, س = -٤}$$

$$٩ = ٢س : \text{الحل : } \boxed{س = ٩, س = -٩}$$

$$٠ = ٩ - (١ - س)٢$$

$$\text{الحل : } (١ - س)٢ = ٩ \Leftarrow ١ - س = \pm ٣ \Leftarrow س = ١ \pm ٣$$

$$\text{أما : } ١ - س = ٣ \Leftarrow س = -٢ \Leftarrow \boxed{س = -٢}$$

$$\text{أو : } ١ - س = -٣ \Leftarrow س = ٤ \Leftarrow \boxed{س = ٤}$$

$$٢(س - هـ)٣$$

$$= (س - هـ)(س - هـ)(س - هـ)٢$$

$$= (س - هـ)(س٢ - ٢س هـ + هـ٢)$$

$$= س٣ - ٢س٢ هـ + س هـ٢ - ٢س هـ٢ + هـ٣ - هـ٣$$

$$\therefore س٣ - ٢س٢ هـ + س هـ٢ - ٢س هـ٢ + هـ٣ - هـ٣$$

$$٢) إذا كان هـ = (س) = ٣ - ٥س - ٣س٢$$

$$\text{هـ} = (٣ - ١٢)٥ - (٣ - ١٢)٢$$

الحل :

$$\text{هـ} = (٣ - ١٢)٢ - (٣ - ١٢)٥ - ٣ - (٣ - ١٢)٥$$

$$= (٣ - ١٢)٢ - (٣ - ١٢)٥ - ٣ - ١٥ + ١١٠ - ٢(٣ - ١٢)(٣ - ١٢)٢$$

$$= (٣ - ١٢)٢ - (٣ - ١٢)٥ - ٣ - ١٥ + ١١٠ - (٩ + ١١٢ - ٢٤)٢$$

$$= ١٢ + ١١٠ - ٩ - ١١٢ - ٢٤ - ١٢٤ - ١٣٦ + ٢٤٨ - ٣١٦$$

$$+ ١٢ + ١١٠ - ٥٤ - ١٧٢ + ٣١٦$$

$$= ١٢ + ١١٠ - ٥٤ - ١١٠ - ٨ + ٢١٧٢ - ٣١٦$$

$$= ٤٢ - ١٩٨ + ٢١٧٢ - ٣١٦$$

$$\text{هـ} = (١٢)٢ - (١٢)٥ - ٣ - (١٢)٥$$

$$= ٣ - ١١٠ - ٣١٦ = ٣ - ١١٠ - ٣١٨ \times ٢$$

$$\therefore \text{هـ} = (٣ - ١٢)٥ - (١٢)٢$$

$$= (٣ - ١١٠ - ٣١٦)٥ - (٤٢ - ١٩٨ + ٢١٧٢ - ٣١٦)$$

$$= ١٥ + ١٥٠ + ٣١٨٠ - ٤٢ - ١٩٨ + ٢١٧٢ - ٣١٦$$

$$= ٢٧ - ١١٤٨ + ٢١٧٢ - ٣١٦$$



$$\frac{1}{2} = \text{س} \leftarrow \text{س}^2 = 3$$

$$\text{س}^2 = (2 - \text{س})(\text{س} - 4) = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س} = 2 \leftarrow \text{س} = 0$$

$$\text{س}^2 - 4 = 0 \leftarrow \text{س}^2 = 4 \leftarrow \text{س} = \pm 2$$

$$\text{س}^2 = 3 - \text{س} = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س}^2 = (\text{س} - 1) = 0$$

$$\text{أما: } \text{س}^2 = 0 \leftarrow \text{س} = 0$$

$$\text{أو: } \text{س} = 1 \leftarrow \text{س} = 1$$

$$\text{س}^2 - 5\text{س} + 4 = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س}^2 - 5\text{س} + 4 = 0 \leftarrow \text{س} = 4, \text{س} = 1$$

$$\text{س}^2 = 4 - \text{س} = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س}^2 = (\text{س} - 4) = 0 \leftarrow \text{س} = 4$$

$$\text{س}^2 = 2 - \text{س}^3 = 0$$

الحل:

$$\text{س}^2 = (\text{س}^2 - 2)(\text{س}^2 + 2) = 0$$

$$\text{س}^2 = (\text{س}^2 + 2)(\text{س}^2 - 2) = 0$$

$$\text{للمعادلة ثلاثة جذور حقيقية: } \text{س} = 2, \text{س} = -2, \text{س} = 0$$

$$\text{س}^2 = 8 - \text{س}^3 = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س}^3 = 8 \leftarrow \text{س} = 2$$

$$\text{س}^2 = 1 + \text{س}^3 = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س}^3 = 1 \leftarrow \text{س} = 1$$

$$\text{س}^2 = 4 + \text{س}^2 + \text{س} = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س}^2 = 4 - \text{س}^2 + \text{س} = 0$$

$$\text{س}^2 = (1 + \text{س})(4 - \text{س}) = 0$$

$$\text{س} = (1 + \text{س})(4 - \text{س}) = 0$$

$$\text{س} = (1 + \text{س})(2 - \text{س})(2 + \text{س}) = 0$$

$$\text{س} = 1, \text{س} = 2, \text{س} = -2$$

$$\text{س}^2 - \text{س} = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س}(\text{س} - 1) = 0 \leftarrow \text{س} = 0, \text{س} = 1$$

$$\text{س}^2 = 3\text{س} - \text{س}^2 = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س}^2 = (3 - \text{س}) = 0$$

$$\text{س}^2 = 0 \leftarrow \text{س} = 0$$

$$\frac{1}{2} = \text{س} \leftarrow \text{س}^2 = 1 \leftarrow \text{س} = 1, \text{س} = -1$$

$$\text{س}^2 = 9 - \text{س} = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س}(\text{س} - 9) = 0 \leftarrow \text{س} = 9, \text{س} = 0$$

$$\text{س}^2 = 5 + \text{س} = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س}(\text{س} - 5) = 0 \leftarrow \text{س} = 5, \text{س} = 0$$

$$\text{س}^2 = 8 + \text{س}^2 + 4 = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س}^2 = 8 + \text{س}^2 + 4 = 0$$

$$\text{س}^2 = 4 - \text{س} = 0$$

$$\text{س}^2 = (4 + \text{س})(1 - \text{س}) = 0$$

$$\frac{1}{6} = \text{س} \leftarrow \text{س} = 1 \leftarrow \text{س} = 1$$

$$\frac{4}{3} = \text{س} \leftarrow \text{س} = 4 + \text{س}^3 = 0$$

$$\text{س}^2 = 8 - \text{س} = 0$$

$$\text{الحل: المميز } \text{س}^2 - 8 = 0 \leftarrow \text{س} = 2, \text{س} = -2$$

$$57 = 32 + 25 =$$

$$\frac{57 \pm \sqrt{57^2 - 4 \cdot 32 \cdot 25}}{2} = \frac{57 \pm \sqrt{3249 - 8000}}{2} = \frac{57 \pm \sqrt{-4751}}{2}$$

$$\text{س}^2 = (2 + \text{س})(2 - \text{س}) = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س} = 2 \leftarrow \text{س} = -2$$

$$\text{س}^2 = 4 + \text{س} = 0$$

$$\text{س}^2 = (3 - \text{س})(1 - \text{س}) = 0$$

$$\text{الحل: } \text{س}^2 = 3 - \text{س} = 1 + \text{س} = 0 \leftarrow \text{س} = 1, \text{س} = -2$$



$$(32) \text{ س } 3 - 2 = 4 - 2 = 0$$

$$\text{الحل: } 0 = (1 + 2)(4 - 2)$$

$$0 = 4 - 2 \Leftarrow \text{س } 2 = 4 \Leftarrow \text{س } 2 \pm 2$$

$$0 = 1 + 2 \Leftarrow \text{س } 1 = 2 \Leftarrow \text{لا تحليل}$$

$$(33) \text{ س } 3 - 2 = 36 + 2 = 0$$

$$\text{الحل: } 0 = (4 - 2)(9 - 2)$$

$$0 = (2 + 3)(2 - 3)(3 + 3)(3 - 3)$$

$$\text{س } 2 = 3, 3 = 2, 3 = 2, 3 = 2$$

$$(34) \text{ س } 2 - 1 = 14 - 1 = 0$$

$$\text{الحل: } 0 = (2 + 1)(7 - 1)$$

$$0 = 7 - 1 \Leftarrow \frac{1}{7} = 1 \Leftarrow \frac{1}{7} = 1 \Leftarrow \text{س } \frac{1}{7}$$

$$0 = 2 + 1 \Leftarrow \frac{1}{2} = 2 \Leftarrow \frac{1}{2} = 2 \Leftarrow \text{س } 2 = 1$$

$$\text{س } \frac{1-}{2} = 1$$

$$(35) \text{ س } 5 - 4 = 4 + 1 = 0$$

$$\text{الحل: } 0 = (1 - 4)(4 - 1)$$

$$0 = 4 - 1 \Leftarrow \sqrt{4} = 1 \Leftarrow \sqrt{4} = 1 \Leftarrow \text{س } 1 = 4$$

$$0 = 1 - 4 \Leftarrow \sqrt{1} = 4 \Leftarrow \sqrt{1} = 4 \Leftarrow \text{س } 1 = 4$$

$$(36) \text{ س } 2\sqrt{3} = 3$$

$$\text{الحل: تربيع الطرفين} \Leftarrow 2\sqrt{3} = 3 \Leftarrow 2\sqrt{3} = 3$$

$$0 = 2 - 3 + 2 = 3 - 2$$

$$0 = (1 - 3)(2 + 3)$$

$$\text{أما: } 0 = 2 + 3 \Leftarrow 2 = 3 \Leftarrow 2 = 3$$

$$\text{أو: } 0 = 1 - 3 \Leftarrow 1 = 3 \Leftarrow 1 = 3$$

في حل المعادلات إذا كانت س داخل الجذر و خارج الجذر يجب التأكد من صحة الحل عن طريق التعويض في المعادلة الأصلية و هذا ينطبق على قيمة المطلقة

$$(27) \text{ س } 3 + 18 = 2 + 9 = 0$$

$$\text{الحل: } 0 = 18 + 9 - 2 - 3$$

$$0 = (2 - 3)(9 - 2)$$

$$0 = (9 - 2)(2 - 3)$$

$$0 = (3 + 3)(3 - 3)(2 - 3)$$

$$\text{س } 3 = 2, 3 = 2, 3 = 2$$

$$(28) \text{ س } 3 - 2 = 6 + 1 = 0$$

$$\text{الحل: عوامل الحد المطلق } \{6 \pm 1, 3 \pm 2\}$$

$$\text{بالتجريب: } 0 = 6 - 1 + 6 - 1 \Leftarrow \text{س } 1 = 6$$

$$\Leftarrow (1 - 3) \text{ إحدى العوامل}$$

س	س	س	س
6	1	6	1
6	5	1	1
6	6	5	1

$$\text{س } 2 - 5 = 6 + 3 = (2 - 3)(3 - 3)$$

$$\therefore \text{س } 3 - 2 = 6 + 1 = 0$$

$$= (2 - 3)(3 - 3)(1 - 3)$$

$$\text{جذور المعادلة هي: } \text{س } 3, 2, 1$$

$$(29) \text{ س } 2 - 6 = 3 + 6 = 0$$

$$\text{الحل: } 0 = (8 - 3)(3 - 6)$$

$$0 = 3 \Leftarrow \text{س } 3 = 0 \Leftarrow \text{س } 3 = 0$$

$$\text{س } 2 = 8 \Leftarrow \text{س } 2 = 8 \Leftarrow \text{س } 2 = 8$$

$$(30) \text{ س } 3 - 4 = 8 + 2 = 0$$

$$\text{الحل: } 0 = (16 - 2)(2 - 4)$$

$$0 = 3 \Leftarrow \text{س } 3 = 0 \Leftarrow \text{س } 3 = 0$$

$$\text{س } 2 = 16 \Leftarrow \text{س } 2 = 16 \Leftarrow \text{س } 2 = 16$$

$$(31) \text{ س } 3 - 9 = 8 + 3 = 0$$

$$\text{الحل: } 0 = (8 - 3)(3 - 9)$$

$$\text{س } 3 = 8 \Leftarrow \text{س } 3 = 8 \Leftarrow \text{س } 3 = 8$$

$$\text{س } 3 = 1 \Leftarrow \text{س } 3 = 1 \Leftarrow \text{س } 3 = 1$$



٢- حل المعادلات جبرية بمتغيرين :

١) إذا كان $ص - س = ٤$ ، $٣س + ٢ص = ١٨$ فجد كل من $س$ ، $ص$

الحل :

$$ص - س = ٤ \quad \dots \quad [١]$$

$$٣س + ٢ص = ١٨ \quad \dots \quad [٢]$$

$$\text{لحذف } س \quad [٢] + [١] \times ٣ \Leftarrow$$

$$١٢ = \cancel{٣س} - ٣ص$$

$$[+] \quad ١٨ = ٢ص + \cancel{٣س}$$

$$٣٠ = ٥ص$$

$$\Leftarrow \quad [ص = ٦]$$

نعوض في المعادلة الأولى

$$٦ - س = ٤ \Leftarrow س - ٢ = \Leftarrow [س = ٢]$$

٢) إذا كان $٣ص = ٢س + ١$ ، $ص - ٤س = ٥$ فجد

قيمة كل من $س$ ، $ص$:

الحل :

$$٣ص - ٢س = ١ \quad \dots \quad [١]$$

$$ص - ٤س = ٥ \quad \dots \quad [٢]$$

$$\text{لحذف } س \quad [٢] + [١] \times ٢ \Leftarrow$$

$$٢ - \cancel{٨س} + ٦ص =$$

$$[+] \quad ٥ - \cancel{٨س} = ٦ص$$

$$٧ - ٦ص = ٥$$

$$[ص = ١] \Leftarrow ٧ - ٦ص = ٥$$

نعوض في المعادلة الأولى

$$٣ - ١ = ٢س - ١ \Leftarrow ٢س = ٤ \Leftarrow [س = ٢]$$

$$\Leftarrow ٢س = ٢ \Leftarrow [س = ١]$$

٣) إذا كان $ص = س - ٢$ ، $ص = س - ٢$ فجد كل من

الحل :

نعوض المعادلة الأولى في المعادلة الثانية :

$$ص = س - ٢ \Leftarrow ١٠ + س - ٢ = ٢ - س$$

$$٠ = (٣ - س)(٤ - س)$$

$$[س = ٤] \Leftarrow ٠ = (٤ - س)$$

$$[ص = ٢] \Leftarrow ٢ - ٤ = ص$$

$$[س = ٣] \Leftarrow ٠ = (٣ - س)$$

$$[ص = ١] \Leftarrow ٢ - ٣ = ص$$

$$\Leftarrow (١، ٣)، (٢، ٤)$$

٤) إذا كان $٥س - ٢ص = ١٨$ ، $٣س + ٥ص = ١٧$

الحل :

$$٥س - ٢ص = ١٨ \quad \dots \quad [١]$$

$$٣س + ٥ص = ١٧ \quad \dots \quad [٢]$$

$$\text{لحذف } ص \quad [٢] \times ٢ + [١] \times ٥ \Leftarrow$$

$$٩٠ = \cancel{١٠ص} - ٢٥س$$

$$[+] \quad ٣٤ = \cancel{١٠ص} + ٦س$$

$$١٢٤ = ٣١س$$

$$[س = ٤] \Leftarrow ١٢٤ = ٣١س \Leftarrow ٤ = س$$

نعوض في المعادلة الأولى :

$$[س = ٢] \Leftarrow ١٨ = ٥(٢) - ٢ص$$

$$\Leftarrow ١٨ = ١٠ - ٢ص$$

$$١٨ = ١٠ - ٢ص \Leftarrow ٨ = -٢ص \Leftarrow ٢ = -ص$$

$$\Leftarrow [ص = ١] \Leftarrow ١ = -٢ص$$

$$[س = ٢] \Leftarrow ١٨ = ٥(٢) - ٢ص$$

$$\Leftarrow ١٨ = ١٠ - ٢ص$$

$$١٨ = ١٠ - ٢ص \Leftarrow ٨ = -٢ص \Leftarrow ٢ = -ص$$

$$\Leftarrow [ص = ١] \Leftarrow ١ = -٢ص$$

$$\Leftarrow (١، ٢)، (٢، ٤)، (٣، ٦)، (٤، ٨)$$



$$(2) \quad -س + ص = 1- , \quad س + ص + ع2 = 23 ,$$

$$س + ص + ع = 21$$

الحل:

$$1) \dots\dots\dots 1- = س + ص -$$

$$2) \dots\dots\dots 23 = س + ص + ع2$$

$$3) \dots\dots\dots 21 = س + ص + ع$$

$$3) - 2)$$

$$23 = س + ص + ع2$$

$$21 = س + ص + ع$$

$$2 = ع$$

$$2) + 1)$$

$$1- = س + ص -$$

$$س + ص + ع = 21$$

نعوض قيمة ع

$$20 = ع + ص2$$

$$20 = 2 + ص2 \Leftarrow$$

$$9 = ص \Leftarrow 18 = ص2 \Leftarrow$$

نعوض في المعادلة الثالثة :

$$10 = س \Leftarrow 21 = 11 + س \Leftarrow 21 = 2 + 9 + س$$

$$(5) \quad \text{إذا كان } س ص = 48 , \quad س ص = 6 \text{ فجد قيمة كل من}$$

س ، ص :

الحل :

$$1) \dots\dots\dots 48 = س ص$$

$$2) \dots\dots\dots 6 = س ص$$

$$2) \div 1)$$

$$\frac{48}{6} = \frac{س ص}{س ص}$$

$$2 = ص \Leftarrow 8 = 3 \Leftarrow$$

نعوض في المعادلة الثانية

$$3 = س \Leftarrow 6 = س2$$

3- حل المعادلات الجبرية بثلاثة متغيرات :

$$(1) \quad \text{إذا كان } س - ص + ع = 3 , \quad 2س + ص + ع = 8 ,$$

$$3س + ص - ع = 1 \text{ فجد قيمة كل من } س , \quad ص , \quad ع$$

الحل:

$$1) \dots\dots\dots 3 = س - ص + ع$$

$$2) \dots\dots\dots 8 = س + ص + ع$$

$$3) \dots\dots\dots 1 = س - ص + ع$$

$$3) + 1) \Leftarrow \text{لحذف } ع , \quad ص$$

$$3 = س - ص$$

$$1 = 3س + ص - 3$$

$$4 = س4$$

$$1 = س \Leftarrow 4 = س4$$

$$2) + 1) \Leftarrow \text{لحذف } ص$$

$$3 = س - ص$$

$$8 = س + ص$$

نعوض قيمة س

$$11 = ع2 + 3س$$

$$11 = ع2 + (1) \times 3$$

$$4 = ع \Leftarrow 8 = ع2 \Leftarrow 11 = ع2 + 3 \Leftarrow$$

نعوض في المعادلة الأولى :

$$1 - 4 - 3 = ص - \Leftarrow 3 = 4 + ص - 1$$

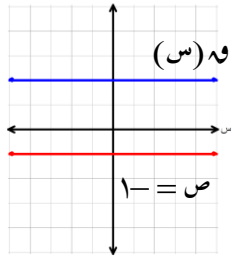
$$2 = ص \Leftarrow 2 - = ص - \Leftarrow$$

بعض أنواع كثيرات الحدود

(١) الاقتران الثابت

الصورة العامة: $f(s) = a$ ، حيث a عدد ثابت

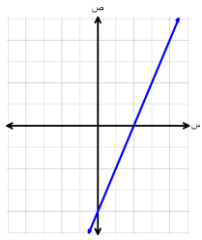
مثال:



$$\begin{aligned} \text{ارسم } f(s) &= 2 \\ \text{ص} &= -1 \end{aligned}$$

يمثل بخط أفقي لجميع قيم s

(٢) الاقتران الخطي:

الصورة العامة: $f(s) = as + b$ حيث $a \neq 0$ ، $b \in \mathbb{R}$ مثال (١): ارسم الاقتران $f(s) = 2s - 4$

الحل:

$$\begin{array}{c|c|c} s & 0 & 2 \\ \hline f(s) & -4 & 0 \end{array}$$

مثال (٢): ارسم $f(s) = 2s + 2$

الحل:

$$\begin{array}{c|c|c} s & -1 & 0 \\ \hline f(s) & 0 & 2 \end{array}$$

مثال (٣): ارسم $f(s) = 5s$ معامل s موجب $\leftarrow$ متزايد و يمر بنقطة الأصل لأنه لا يحتوي على رقم $\pm$ مثال (٤): ارسم $f(s) = -s$ معامل s سالب $\leftarrow$ متناقص و يمر بنقطة الأصل لأنه لا يحتوي على رقم $\pm$

٧: الاقترانات

أ- كثيرات الحدود:

عدة حدود و قد تكون حد واحد بحيث أن:

(أ) قوة على الاس عدد صحيح غير سالب

(ب) المعاملات للحدود $\in \mathbb{R}$

تمرين: جد كثيرات الحدود من غيرها:

(أ) $f(s) = 2s^3 + 4s + 2$ ، (ب) $f(s) = s$ (ج) $f(s) = s - 3$ ، (د) $f(s) = 8$ (هـ) $f(s) = \frac{3}{s}$ ، (و) $f(s) = \sqrt{s}$ (ز) $f(s) = (s+2)$ ، (ح) $f(s) = s^2$ (ط) $f(s) = |s - 2|$ ، (ي) $f(s) = s^2 + 2s$ (ل) $f(s) = [s^2]$ ، (ك) $f(s) = s + 2s$ (م) $f(s) = \begin{cases} s^2, & s \leq 0 \\ [s], & s > 0 \end{cases}$

الحل:

أ	كثير حدود	(ح)	ليس كثير حدود
ب	كثير حدود	(ط)	ليس كثير حدود
ج	كثير حدود	(ي)	ليس كثير حدود
د	كثير حدود (ثابت)	(ل)	ليس كثير حدود
هـ	ليس كثير حدود	(ك)	ليس كثير حدود
و	ليس كثير حدود	(م)	ليس كثير حدود
ز	ليس كثير حدود		

طريقة آخر للحل:

$$6 = 3 \times 2 = ج, 5 = 3 + 2 = ب$$

(ج) إذا كان مجال الاقتران $ف(س) = \frac{س}{س^2 - ب + ج}$ يساوي

ع - {5} فجد ب ، ج ؟

الحل:

أصفار المقام {5} مكرر

$$25 = 5 \times 5 = ج, 10 = 5 + 5 = ب$$

(د) إذا كان مجال الاقتران $ف(س) = \frac{س}{س^2 + ب + 9}$ يساوي

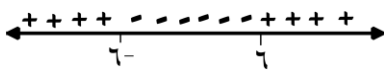
ح فجد قيمة الثابت (ب)

الحل:

لا يوجد اصفار للمقام و بالتالي المقام لا يحلل يعني أن المميز للعبارة

التربيعية سالب

$$ب^2 - 4 \times 1 \times 9 > 0 \Rightarrow ب^2 - 36 > 0$$



قيم ب $\Rightarrow (-6, 6)$

د - القسمة الطويلة :

مثال (أ) : جد خارج القسمة للاقتران

$$ف(س) = \frac{5س^3 + 4س^2 - 7}{س^3 + 3س^2 - 1}$$

$$هـ(س) = \frac{5س^3 + 3س^2 - 1}{س^3 + 3س^2 - 1}$$

الحل:

$$11 - 5س$$

$$\begin{array}{r} 11 - 5س \\ 5س^3 + 4س^2 - 7 : س^3 + 3س^2 - 1 \\ \hline 5س^3 + 15س^2 - 5س - 7 \\ \hline 10س^2 - 5س - 7 \end{array}$$



$$11 - 5س + 5س^2 - 15س^2 + 5س - 7$$

$$11 - 5س + 5س^2 - 15س^2 + 5س - 7$$

$$11 - 5س + 5س^2 - 15س^2 + 5س - 7$$

النتائج : $11 - 5س$ ، الباقي : $18 - 33س$

$$2) ف(س) = \sqrt{س - 2}$$

الحل:

$$\text{المجال : } 2 - س \leq 0$$

$$2 - س = 0 \Rightarrow س = 2$$

$$\text{المجال : } س \in (-\infty, 2]$$

$$3) ف(س) = \frac{1}{س}$$

الحل:

المجال : ع - أصفار المقام

المجال : ع - {0}

$$4) هـ(س) = \frac{1 - س}{س}$$

الحل:

المجال : ع - {0}

$$5) ف(س) = \frac{2}{س + 1}$$

الحل:

المجال : ع - {-1}

$$6) هـ(س) = \frac{1}{س^2}$$

الحل:

المجال : ع - {0}

$$ب) إذا كان $ف(س) = \frac{س - 10}{س^2 - ب + ج}$ و كان مجال$$

$ف(س)$ يساوي : ع - {2, 3} فجد قيمة كل من الثابتين

ب ، ج :

الحل:

أصفار المقام : $س = 2, س = 3$

$$1) \dots \leftarrow 4 - 2ب + ج = 0$$

$$2) \dots \leftarrow 9 - 3ب + ج = 0$$

$$\text{المعادلة : } 1) - 2) \Rightarrow 5 = ب$$

$$\text{نعوض في } 1) \leftarrow 4 - 10 + ج = 0 \Rightarrow ج = 6$$



ج) وه (س) = س² + $\frac{3}{2}$ س - ٢ ، ه (س) = س² - ١

الحل:

$$\text{وه} \left(\frac{1}{2} \right) = \left(\frac{1}{2} \right)^2 + \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} \right) - 2 = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} - 2 = -1$$

$$\frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4} = 2 - \frac{3}{4} = 2 - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1 - \frac{2}{4} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

مثال ٢: باستخدام نظرية العوامل بين أن الاقتران ه (س) عامل من عوامل الاقتران وه (س) لكل مما يأتي:

أ) وه (س) = س³ - ٣ ، ه (س) = س³ - ١

الحل:

$$\text{وه} (1) = (1)^3 - 3 = 1 - 3 = -2$$

∴ ه عامل من عوامل وه

ب) وه (س) = س² - ٢س + ٢ ، ه (س) = س² - ٤

الحل:

$$\text{وه} (2) = (2)^2 - 2(2) + 2 = 4 - 4 + 2 = 2$$

∴ ه عامل من عوامل وه

ج) وه (س) = س³ + س² - ٦س + ٦ ، ه (س) = س³ + ٣س

$$\text{وه} (3) = (3)^3 + 3(3) = 27 + 9 = 36$$

الحل:

$$\text{وه} (3) = (3)^3 - 2(3)^2 + 2(3) - 6 = 27 - 18 + 6 - 6 = 9$$

$$9 - 6 = 3$$

∴ ه عامل من عوامل وه

و - تجزئة الكسور:

١) اكتب الكسور الجزئية المكافئة للصيغة النسبية

$$\frac{8س - 2}{18س + 3س - 18}$$

الحل:

$$\frac{8س - 2}{(3س - 6)(6س + 3)} = \frac{8س - 2}{18س + 3س - 18}$$

$$\frac{ب}{(3س - 6)} + \frac{أ}{(6س + 3)} = \frac{8س - 2}{18س + 3س - 18}$$

$$أ(3س - 6) + ب(6س + 3) = 8س - 2$$

مثال ٢: جد ناتج خارج و باقي قسمة الاقتران:

وه (س) = س⁴ - ٣س² + ١ ، على الاقتران

ه (س) = س² + ٢س

الحل:

$$\begin{array}{r} 1س - \frac{1}{2}س - \frac{1}{2}س \\ \hline 1س^4 - 3س^2 + 1 \\ \underline{1س^2 + 2س} \\ 0س^4 - 1س^2 - 2س + 1 \\ \underline{1س^2 + 2س} \\ 0س^4 - 0س^2 - 4س + 1 \\ \underline{0س^4 - 0س^2 - 4س} \\ 0س^4 - 0س^2 - 0س + 1 \\ \underline{0س^4 - 0س^2 - 0س} \\ 0س^4 - 0س^2 - 0س + 1 \end{array}$$

الناتج: $\frac{1}{2}س^2 - \frac{1}{2}س - \frac{1}{2}$ ، الباقي: ١ + س

هـ - نظرية الباقي و العوامل:

* باقي قسمة كثير حدود وه (س) على

ه (س) = أس + ب هو: وه $\left(\frac{ب}{أ} \right)$

* إذا كان وه $\left(\frac{ب}{أ} \right)$ = صفر فإن ه (س) عامل من عوامل

وه (س)

مثال ١: جد باقي قسمة الاقتران وه على ه باستعمال نظرية الباقي

لكل مما يأتي:

أ) وه (س) = س³ - ٢س² + ١ ، ه (س) = س³ - ٣

الحل:

وه (٣) = ٣³ - ٢(٣)² + ١ = ٢٧ - ١٨ + ١ = ١٠ الباقي

ب) وه (س) = س⁴ + ٣س - ٥ ، ه (س) = س + ٢

الحل:

وه (٢) = (٢)⁴ + ٣(٢) - ٥ = ١٦ + ٦ - ٥ = ١٧

= ١٦ - ٥ = ١١ الباقي

$$\frac{18}{(3+s)(3-s)} + 1 = \frac{18}{9-s^2} + 1 =$$

$$\frac{ب}{س+۳} + \frac{۲}{س-۳} + ۱ =$$

$$۱۸ = (۳ - س)ب + (۳ + س)ا$$

۳ = ۱ $\Leftarrow$ ۱۸ = ۱۶ $\Leftarrow$ ۳ = س *

* س = ۳ - ⇐ ۶ ب = ۱۸ ⇐ ب = ۳ -

$$\frac{3}{3+s} - \frac{3}{3-s} + 1 = \frac{9+s^2}{9-s^2} \therefore$$

٨: الاقتران المتشعب

١- المتشعب الصريح :

$$\left. \begin{array}{l} 3 - \geq s \\ 1 > s > 3 - \\ 1 \leq s \end{array} \right\} = (s) \text{ مثال ١) إذا كان } (s) = \left. \begin{array}{l} 2s \\ 6s - 2 \\ 10 \end{array} \right\}$$

فجد :

(۱) الف (ب) (ج) (د) (هـ) (۳-)

الحل:

$$7 = 1 - 7 = (1) \vee (b) \quad 1 = (0) \vee (a)$$

$$\lambda - = \xi - \times \gamma = (\xi -) \vee (\gamma -)$$

$$7- = 3- \times 2 = (3-) \vee (2)$$

$$1 = (1) \sim (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} 2 > s \geq 1 - s^2, \\ 3 \geq s \geq 2 - s^3 \end{array} \right\} = (s) \text{ إذا كان } (s) \text{ مثال } (2)$$

الفجد : أ) وه (١) ب) وه (٢) ج) وه (٣) د) ارسم منحنا
الاقتران وه (س)

الحل: أ) $\psi(\cdot) = (\cdot)$

١ = ٢ - ٣ = (٢) و (ب)

$$1 = (3) \sim (7)$$

(د) s^2 ، $1 - s \geq s > 2$

٢	١	.	١-	س
٤	١	.	١	وه (س)

عند رسم الأطراف :

(١-) يرسم حلقة مغلقة بسبب

● المساواة

(٢) حلقة مفتوحة لعدم وجود

○ المساواة

$$\frac{18-}{9} = ب \frac{9}{9} \Leftarrow 42 - 24 = ب 9 \Leftarrow 3 = س *$$

٢ — = ب

$$\boxed{۱۰ = ۱} \Leftarrow ۹۰ - = ۴۲ - ۴۸ - = ۱۹ - \Leftarrow ۶ - = \text{س}$$

$$\frac{2-}{3-س} + \frac{10}{6+س} = \frac{42-س8}{18-س3+س^2} \therefore$$

(٢) جزئ الصيغة النسبية $\frac{18}{9-2}$ س

الحل:

$$\frac{\frac{18}{3+s}}{\frac{18}{3-s}} = \frac{18}{(3-s)(3+s)} = \frac{18}{9-s^2}$$

$$18 = (3 - s)b + (3 + s)f$$

$\boxed{3=1} \Leftarrow 18=16 \Leftarrow 3=س *$

* س = ۳ - ⇐ ۶ ب = ۱۸ ⇐ ب = ۳ -

$$\frac{3}{3+s} - \frac{3}{3-s} = \frac{18}{9-s^2} \therefore$$

(ج) جزئ الصيغة النسبية $\frac{9-2}{9+}$

الحل

$$\begin{array}{r}
 \text{س} - 9 \\
 \hline
 \text{س} + 9 \quad \text{س} - 9 \\
 \hline
 \text{س} + 9 \quad \text{س} + 9 \\
 \hline
 \text{س} - 9 \quad \text{س} - 9 \\
 \hline
 \text{س} + 9 \quad \text{س} + 9 \\
 \hline
 72
 \end{array}$$

$$\frac{72}{9+s} + 9 - s = \frac{9 - s^2}{9 + s} \therefore$$

(د) جزئ الصيغة النسبية لـ $\frac{s^2 + 9}{s^2 - 9}$

الحل:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 9 - 2s \overline{) 9 + 2s} \\ \underline{9 - 2s} \\ 0 \end{array}$$

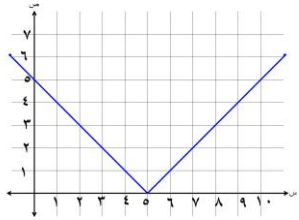
درجة البسط نفس
درجة المقام لذلك
نستخدم القسمة
الطويلة

مثال (١): أعد تعريف $|٥ - س| = (س)$

الحل:

$$٥ - س = ٠ \Rightarrow س = ٥$$

$$٥ > س, ٥ + س - \left. \begin{array}{l} ٥ - س \\ ٥ \leq س \end{array} \right\} = (س)$$



مثال (٢): اكتب كل مما يأتي بصورة مجزأة

$|٤ - س| = (س)$ ، $س \in [٤, ٤ -]$

الحل:

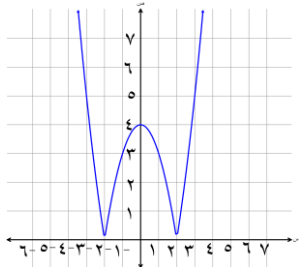
$$٤ - س = ٠ \Rightarrow س = ٤$$

$$٤ - س \geq ٠ \Rightarrow س \leq ٤$$

$$٤ - س \leq ٠ \Rightarrow س \geq ٤$$

$$س = ٤ \pm ٢$$

$$\left. \begin{array}{l} ٤ - س \geq ٤ - س \\ ٤ - س \leq ٤ - س \\ ٤ \geq س \geq ٢ \end{array} \right\} = (س)$$



مثال (٣): أعد تعريف $|٣ - س| + ٢ = (س)$

الحل:

$$٣ - س = ٠ \Rightarrow س = ٣$$

$$٣ > س, ٢ + س + ٦ - \left. \begin{array}{l} ٣ - س \\ ٣ \leq س \end{array} \right\} = (س)$$

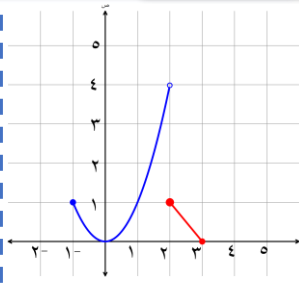
مثال - ٤: أعد تعريف الاقتران

$|٣ - س| + |٢ - س| = ٧$

الحل:

$$٢ - س = ٠ \Rightarrow س = ٢$$

$$٣ - س = ٠ \Rightarrow س = ٣$$



$٣ - س \geq ٢$ ، $٣ \geq س \geq ٢$

س	٢	٣
٣ - س	١	٠

٢- القيمة المطلقة :

السيرة الذاتية (C.V)

١- يكره السالب : يحول السالب إلى موجب

$$١ = |١|, \frac{1}{٢} = \left| \frac{1}{٢} \right|, ٠ = |٠|$$

٢- المطلق الخفي : حصري على الجذر الزوجي

$$|س| = \sqrt[٢]{س}, |١ - س| = \sqrt[٢]{(١ - س)}, \sqrt[٣]{س} = \sqrt[٣]{س}, \sqrt[٤]{س} = \sqrt[٤]{س}$$

* $(س) = \sqrt[٢]{(س)}$ التربيع أقوى من الجذر

$$\sqrt[٢]{س - ٦ + ٩} = \sqrt[٢]{(س - ٣)(س - ٣)}, |٣ - س| = \sqrt[٢]{(٣ - س)}$$

٣- توحيد المطلق : * (فقط في الضرب و القسمة)

$$|ص| = \frac{|ص|}{|س|}, |ص| \times |س| = |ص \times س|$$

٤- هدم المطلق :

$$|س| = ١ \Rightarrow س = ١, س = -١$$

$$|س| \leq ١ \Rightarrow س \leq ١, س \geq -١$$

$$|س| > ١ \Rightarrow س > ١, س < -١$$

٥- الزوجي أقوى من المطلق :

$$|س| = \sqrt[٢]{س}, |س| = \sqrt[٢]{س}$$

٦- إعادة التعريف أكتب بصورة مجزأة

صفر الحشوة على خط الاعداد و نبحت في الإشارة في الفترة :

(١) موجبة يبقى الاقتران كما هو

(٢) في الفترة السالبة نضرب الاقتران بسالب

(نعكس إشارة كل الحدود في الاقتران)

(٣) المساواة على أحد نقاط التحول

معامل س موجب بداية (بداية الفترة الجزئية)

معامل س سالب نهاية (نهاية الفترة الجزئية)

المساواة :
(=)

مثال (١) حل المعادلة $9 = [س - ٤]$

الحل:

$$١٠ > س - ٤ \geq ٩$$

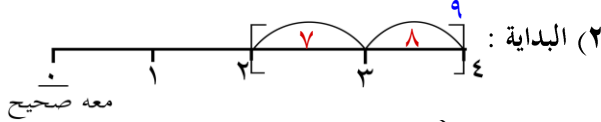
$$٤ - س < ٤ - ٩ \leq ٠$$

$$٠ < س \leq ٥ \leftarrow ٦ > س \geq ٥$$

مثال (٢) أعد تعريف $٧ = (س)$ ، $[٥ + س] = س$ ، $[٤ ، ٢] \ni س$

الحل:

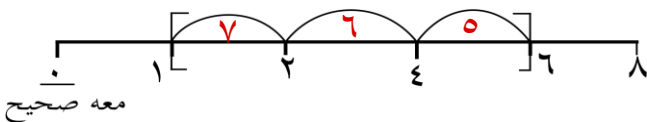
$$(١) \text{ طول الدرجة : } ١ = \frac{١}{|معامل س|}$$



$$\left. \begin{array}{l} ٣ > س \geq ٢ , ٧ \\ ٤ > س \geq ٣ , ٨ \\ ٤ = س , ٩ \end{array} \right\} = (س) \text{ و } ٧$$

مثال (٣) أعد تعريف $٧ = (س)$ ، $[٨ - \frac{س}{٢}] = س$ ، $[١ ، ٦] \ni س$

$$\text{الحل : } ٧ = \frac{١}{\frac{١}{٢}} = ٢$$

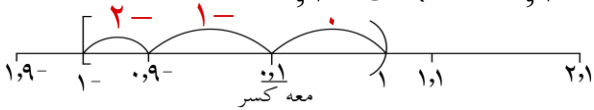


$$\left. \begin{array}{l} ١ = س , ٧ \\ ٢ \geq س > ١ , ٧ \\ ٤ \geq س > ٢ , ٦ \\ ٦ \geq س > ٤ , ٥ \end{array} \right\} = (س) \text{ و } ٧$$

مثال (٤) أعد تعريف $٧ = (س)$ ، $[١ - س] = س$ ، $[١ ، ٠] \ni س$

(١ ، ٠) $\ni س$

الحل : $١ - س = ٠ \leftarrow س = ١$



$$\left. \begin{array}{l} ٠,٩ - > س \geq ١ - , ٢ - س \\ ٠,٨ - > س \geq ٠,٩ - , ١ - س \\ ١ > س \geq ٠,٨ - , ٠ - س \end{array} \right\} = (س) \text{ و } ٧$$

$$\begin{array}{l} |س - ٢| \\ |س| \\ |س| + |س - ٢| + |س - ٢| \\ |س| + |س - ٢| + |س - ٢| \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} ٠ \geq س - ٤ , ١ - س - ٤ \\ ٢ \geq س > ٠ , ١ - س - ٢ \\ ٢ < س , ١٣ - س - ٤ \end{array} \right\} = ٧ - |س| + |س - ٢| + |س - ٢|$$

مثال (٥) حل المعادلة التالية $٤ = |٨ - ٢س|$

الحل:

(هدم المطلق)

$$\begin{array}{l} ٤ = ٨ - ٢س \\ ٤ = ٢س \end{array} \quad \begin{array}{l} ٤ = ٨ - ٢س \\ ١٢ = ٢س \end{array}$$

$$\boxed{٢ = س} \quad \boxed{٦ = س}$$

٣ - اقتران أكبر عدد صحيح [] :

السيرة الذاتية (C.V) :

أ) يكره الكسر :

$$٠ = [٠, ٢] , ١ = [١, ٩٩] , ٢ = [٢, ٣]$$

$$٢ - = [١, ٩٩ -] , ٣ - = [٢, ٣ -]$$

$$٩ - = [٩ -] , ٩ = [٩]$$

ب) هدم المطلق :

$$[س] = ن \leftarrow ن \geq س > ن + ١$$

ج) لا يصح إلا الصحيح :

$$٣ + [س] = [٣ + س]$$

$$٢ + [٠, ١ + س] = [٢, ١ + س]$$

د) إعادة التعريف

$$\text{طول الدرجة : } ١ = \frac{١}{|معامل س|}$$

صفر $\leftarrow$ معها صحيح

صفر الحشوة $\leftarrow$ معها كسر

البداية :

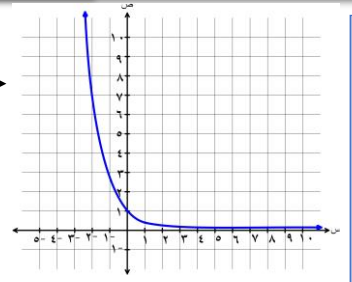
(د) حل كل من المعادلات الاسية التالية :

(١) $81 = 3^{4-s}$

الحل :

$$3^4 = 3^{4-s} \Rightarrow 4 = 4-s \Rightarrow s = 1$$

منحنى الاقتران هـ-س

حيث معامل س عدد
سالِب و يقترب من محور
السينات و لا يقطعهنستخدم قوانين الأسس
حتى إذا كان الأساس
غير الطبيعي

(٢) $27 = 3^{2-1-s}$

الحل :

$$3^3 = 3^{2-1-s} \Rightarrow 3 = 2-1-s \Rightarrow 3 = 1-s \Rightarrow s = 2$$

$$3 = 1-s \Rightarrow s = 2$$

(٣) $1 = 4^{3-s} + 2^{3-s} + 3^{3-s}$

الحل:

$$4 = 4^{3-s} + 2^{3-s} + 3^{3-s} \Rightarrow 4 = (4+2+3)^{3-s} \Rightarrow 4 = 9^{3-s}$$

$$4 = (4+2+3)^{3-s} \Rightarrow 4 = 9^{3-s}$$

$$4 = (1-s)(3+s) \Rightarrow 4 = (1-s)(3+s)$$

$$0 = (3+s) \Rightarrow s = -3$$

$$3 = 0 \Rightarrow s = -3$$

$$1 = 0 \Rightarrow s = -1$$

(٤) $\frac{1}{625} = 5^{-1-s}$

الحل:

$$4 = 1-s \Rightarrow 4 = 1-s \Rightarrow \frac{1}{4} = 1-s \Rightarrow 4 = 1-s$$

$$3 = 0 \Rightarrow s = 3$$

(٥) $0 = 16 + 2^{1+s} + 3^{1+s}$

الحل:

$$4(2) = 16 + 2^{1+s} + 3^{1+s} \Rightarrow 16 = 16 + 2^{1+s} + 3^{1+s}$$

$$1 = 0 \Rightarrow 3 = 3 \Rightarrow 4 = 1+s \Rightarrow s = 3$$

(٦) $630 = 5^{-2-s} + 5$

الحل:

$$4 = 5^{-2-s} \Rightarrow 4 = 5^{-2-s} \Rightarrow 625 = 5^{-2-s} \Rightarrow 4 = 5^{-2-s}$$

$$2 = 0 \Rightarrow s = 2$$

الأسئلة :

(أ) أكتب كل مما يأتي بأبسط صورة :

(١) $\frac{1-s^2}{1-s} , s \neq 1$

الحل:

$$\frac{(1-s)(1+s)}{1-s} = \frac{(1-s)(1+s)}{1-s} = 1+s$$

$$(1+s) =$$

(٢) $\frac{3-s^3}{1+s}$

الحل:

$$\frac{(1+s)(1-s)(1-s^2)}{1+s} = \frac{(1-s)(1-s^2)}{1} = (1-s)(1-s^2)$$

$$(1-s)(1-s^2) =$$

(ب) حل المعادلة $0 = 1 + 2^s - 3^s$

الحل:

$$0 = 1 + 2^s - 3^s \Rightarrow 0 = (1+2^s-3^s)$$

$$0 = 1 - 3^s \Rightarrow 1 = 3^s \Rightarrow s = 0$$

(ج) جد قيمة الثابت (أ) في المعادلة $0 = 2^s + 3^s - 4^s$

الحل:

تذكر :

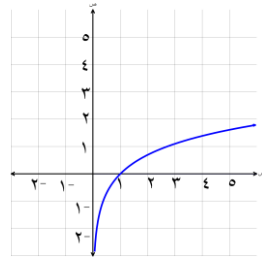
هـ $\times$ لأن منحنائها
لا يقطع محور السينات

$$0 = (2+3-4)^s$$

$$0 = 1^s$$

$$0 = (2-1)(1-1) \Rightarrow 0 = 2+3-4$$

$$2+3=4$$

منحنى الاقتران $هـ$ (س) = لوس

لاحظ بأن الاقتران اللوغاريتم الطبيعي غير معرف على الجهة السالبة لمحور السينات ولا يقطع محور الصادات

مثال (١) حل كل من المعادلات التالية :

$$(١) \text{ (لوس)}^2 - ٨ \text{ لوس} + ١٦ = ٠$$

الحل :

$$\text{ (لوس)}^2 - ٨ \text{ لوس} + ١٦ = ٠$$

$$\left(\text{لوس} - ٤ \right) \left(\text{لوس} - ٤ \right) = ٠$$

$$\text{لوس} - ٤ = ٠ \Rightarrow \text{لوس} = ٤$$

$$\text{س} = ٤$$

لا تنسى حتى نجد قيمة س بنزل و نرفع لوس = هـ (س) بنزل نرفع على الأساس ص = هـ (س)

مثال (٢) إذا كان $٢هـ + ٤هـ - ٥ = ٠$ فجد قيمة (قيم)

(س)

الحل :

$$٢هـ + ٤ه - ٥ = ٠ \Rightarrow ٥ = ٢ه + ٤ه \Rightarrow ٥ = ٦ه \Rightarrow ه = \frac{٥}{٦}$$

$$٥ = ١ - ه \Rightarrow ه = ١ - ٥ = -٤$$

$$٥ = ٥ + ه \Rightarrow ه = ٥ - ٥ = ٠$$

تذكر أن اللوغاريتم غير معرف على قيم س السالبة

مثال (٣) أحسب قيمة كل مما يأتي :

$$(١) \text{ لوس } ١٣, \text{ لوس } ٢, \text{ لوس } ٣$$

$$\text{لوس } ١٣ = ٢,٥٦, \text{ لوس } ٢ = ٠,٣٨, \text{ لوس } ٣ = ١,٠٦$$

$$\text{لوس } ٢٥ = ٣,٢١, \text{ لوس } ٢٠ = ٠,٦٩$$

الحل :

$$(١) \text{ لوس } ١٣ = \frac{\text{لوس } ٢٥}{\text{لوس } ٢} = \frac{٣,٢١}{٠,٣٨} = ٨,١٥$$

$$(٧) ١ - س - ٣ = \frac{١}{٨١}$$

الحل :

$$١ - س - ٣ = \frac{١}{٨١} \Rightarrow ١ - س = \frac{١}{٨١} + ٣ = \frac{٢٤٨}{٨١} \Rightarrow س = ١ - \frac{٢٤٨}{٨١} = -\frac{١٦٧}{٨١}$$

$$\text{س} = ٣$$

$$(٨) ٩ - س - ٣ \times ٢٨ + ٢٧ = ٠$$

الحل :

$$٩ - س - ٦٢ + ٢٧ = ٠ \Rightarrow -س - ٢٦ = ٠ \Rightarrow س = -٢٦$$

$$(٩) (٢٧ - س)(١ - س) = ٠$$

$$٢٧ - س = ٠ \Rightarrow س = ٢٧ \text{ أو } ١ - س = ٠ \Rightarrow س = ١$$

$$٢٧ - س = ٠ \Rightarrow س = ٢٧ \text{ أو } ٢٧ - س = ٠ \Rightarrow س = ٢٧$$

$$\text{س} = ٣$$

٢- اللوغاريتمات

اقتران اللوغاريتم الطبيعي

قوانين اللوغاريتمات :

$$(١) \text{ لوس ص} = \text{لوس} + \text{لوس}$$

$$(٢) \frac{\text{لوس}}{\text{لوس}} = \text{لوس} - \text{لوس}$$

$$(٣) \text{ لوس } ٠ = \text{لوس}$$

$$(٤) \text{ لوس } ١ = ٠$$

$$(٥) \text{ لوس } ١ = ٠$$

$$(٦) \text{ لوس } ١ = ٠$$

$$(٧) \text{ لوس } ١ = ٠$$

$$(٨) \text{ لوس } ١ = ٠$$

$$(٩) \text{ لوس } ١ = ٠$$

$$(١٠) \text{ لوس } ١ = ٠$$

$$(١١) \text{ لوس } ١ = ٠$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}}$$

١١ : التفسير الهندسي للاقتارات

١- الميل

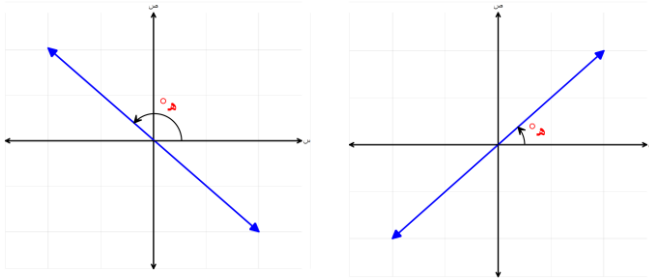
لإيجاد الميل نستخدم :

(١) إذا كان المستقيم L يمر بالنقطتين (x_1, y_1) ، (x_2, y_2) :
فإن ميل المستقيم المار بالنقطتين يساوي : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

(٢) من الرسم :

يكون الميل يساوي ظل (θ) حيث الزاوية (θ) هي الزاوية المحصورة بين منحنى الاقتار و الاتجاه الموجب محور السينات

قياس زاوية المماس : $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$



(٣) معامل (m) للاقتار المعطى بحيث تكون (m) موضع القانون

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

مثال (١) جد الميل في كل مما يأتي :

(أ) إذا كان المستقيم L يمر بالنقطتين $(0, 4)$ ، $(4, 0)$:

الحل:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - 4}{4 - 0} = \frac{-4}{4} = -1$$

(ب) إذا كان منحنى الاقتار (m) يصنع زاوية مقدارها 45° مع

الاتجاه الموجب محور السينات :

الحل:

$$m = \tan(45^\circ) = 1$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}}$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}}$$

١٠ : تركيب الاقتارات

نستبدل مكان كل $\sin$ في

$\cos$ في $(\sin)$ بـ $(\cos)$ هـ

$$(1) \cos(\theta) = \sin(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \sin(\theta)$$

تقرأ : هـ بعد هـ

$$(2) \sin(\theta) = \cos(\theta) \Rightarrow \sin(\theta) = \cos(\theta)$$

تقرأ : هـ بعد هـ

نستبدل مكان كل $\sin$ في $(\sin)$ بـ $(\sin)$ هـ

$\cos$ في $(\sin)$ بـ $(\sin)$ هـ

مثال (١) إذا كان $\cos \theta = \sin \theta$ ، $\sin \theta = \cos \theta$ ، $\sin \theta = \cos \theta$ ، $\sin \theta = \cos \theta$ فجد :

$$(أ) \cos(\theta) = \sin(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \sin(\theta)$$

$$(ج) \cos(\theta) = \sin(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \sin(\theta)$$

الحل:

$$(أ) \cos(\theta) = \sin(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \sin(\theta)$$

$$\cos(\theta) = \sin(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \sin(\theta)$$

$$(ب) \cos(\theta) = \sin(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \sin(\theta)$$

$$\cos(\theta) = \sin(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \sin(\theta)$$

$$(ج) \cos(\theta) = \sin(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \sin(\theta)$$

$$\cos(\theta) = \sin(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \sin(\theta)$$

$$\frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}} = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - \cos \theta}}$$

$$(أ) \cos(\theta) = \sin(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \sin(\theta)$$

الحل:

$$(أ) \cos(\theta) = \sin(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \sin(\theta)$$

$$\cos(\theta) = \sin(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) = \sin(\theta)$$

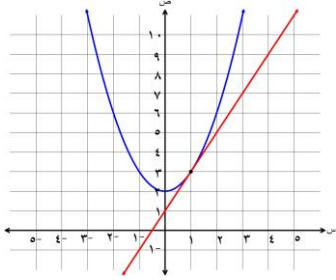
مثال ١) إذا كان منحنى الاقتران $هـ(س)$ يوازي منحنى الاقتران $هـ(س)$ الذي يمر بالنقطتين $(١, ٣)$ و $(٢, ٤)$ فجد ميل المماس لمنحنى الاقتران $هـ(س)$ الحل:

ميل المماس لمنحنى الاقتران $هـ(س)$ يساوي :

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٤-٣}{٢-١} = \frac{١}{١} = ١$$

بما أن $هـ(س) // هـ(س) \Rightarrow ك(س) = ١$

مثال ٢) إذا كان منحنى الاقتران $هـ(س)$ $ص = س^٢ + ٢$ يمس منحنى الاقتران $هـ(س)$ $ص = س^٢ + ١$ فجد ميل منحنى الاقتران $هـ(س)$ الحل:



بما ان منحنى الاقتران

$هـ(س)$ يمس $هـ(س)$

فإن $ك(س) = ك(س)$

لكن :

$ك(س) = معامل(س) \Rightarrow ك(س) = ٢$

$\therefore ك(س) = ٢$

ج) إذا كان $ص = ٤ - ٨س$ فجد ميل المماس لمنحنى العلاقة (ص) الحل:

$$ص = ٤ - ٨س \Rightarrow \frac{٤ + ٨س}{٢} = ص \Rightarrow ٤ + ٨س = ٢ص$$

الميل = معامل (س) $\Rightarrow ٢ = ٤$

٢- معادلة الخط المستقيم

إذا كان المستقيم $ل$ يمر بالنقطتين $(١, ٣)$ و $(٢, ٤)$ فإن معادلة المستقيم تساوي :

$$(ص - ص١) = ك(س - س١) \quad \text{إحدى النقطتين} \quad (١, ٣) \text{ و } (٢, ٤)$$

مثال ١) إذا كان منحنى الاقتران $ص = هـ(س)$ يمر بالنقطتين $(١, ٢)$ و $(٢, ٣)$ فجد معادلة الاقتران $ص = هـ(س)$ الحل:

$$\frac{\Delta ص}{\Delta س} = \frac{٣-٢}{٢-١} = ١$$

معادلة الاقتران هي : $(٢ - ص) = (١ - س) \times ١$

٣- التفسير الهندسي

٤- بعد بين نقطتين وإحداثيات نقطة المنتصف

إذا كان المستقيم $ل$ يمر بالنقطتين

$(١, ٣)$ و $(٢, ٤)$

فإن : (١) المسافة بين النقطتين تساوي :

$$ف = \sqrt{(١-٢)^٢ + (٣-٤)^٢}$$

(٢) إحداثيات نقطة المنتصف :

$$\left(\frac{١+٢}{٢}, \frac{٣+٤}{٢} \right)$$

مثال : جد المسافة بين النقطتين $(٢, ٥)$ و $(٣, ٦)$ و جد

إحداثيات نقطة المنتصف :

الحل : المسافة بين النقطتين تساوي :

$$ف = \sqrt{(٢-٣)^٢ + (٥-٦)^٢} = \sqrt{١+١} = \sqrt{٢}$$

إحداثيات نقطة المنتصف تساوي :

$$\left(\frac{٢+٣}{٢}, \frac{٥+٦}{٢} \right) = \left(\frac{٥}{٢}, \frac{١١}{٢} \right)$$

١) إذا كان منحنى الاقتران $هـ(س)$ يوازي منحنى الاقتران $هـ(س)$ فإن نرسم للتوازي $هـ(س) // هـ(س)$ و يكون :

$$ك(س) = ك(س)$$

* إذا كان منحنى الاقتران $هـ(س)$ يوازي محور السينات فإن

$$ك(س) = ٠$$

٢) إذا كان منحنى الاقتران $هـ(س)$ يعامد منحنى الاقتران $هـ(س)$ فإن نرسم للتعامد $هـ(س) \perp هـ(س)$ و يكون :

$$ك(س) \times ك(س) = -١$$

٣) إذا كان منحنى الاقتران $هـ(س)$ يقطع منحنى الاقتران

$هـ(س)$ فإن $هـ(س) = هـ(س)$

٤) إذا كان منحنى الاقتران $هـ(س)$ يمس منحنى الاقتران $هـ(س)$

أ) $هـ(س) = هـ(س)$ ب) $ك(س) = ك(س)$

* نقطة التقاطع في حالة التماس تسمى نقطة التماس *

٤- النسب المثلثية للزوايا المشهورة

الستيني	الدائري	جاه	جناه	ظاه
صفر	صفر	صفر	١	صفر
٣٠°	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$
٤٥°	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	١
٦٠°	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$
٩٠°	$\frac{\pi}{2}$	١	صفر	غير معرف
١٨٠°	π	صفر	-١	صفر
٢٧٠°	$\frac{3\pi}{2}$	-١	صفر	غير معرف
٣٦٠°	2π	صفر	١	صفر

* إذا كانت الزاوية أكبر من 2π : لإيجاد النسب المثلثية **نطرح** منها 2π حتى تصبح أقل من أو يساوي 2π ثم نجد النسب المثلثية

* لتحويل الزوايا السالبة إلى موجبة **نضيف** 2π ثم نجد النسب المثلثية

٥- المتطابقات المثلثية

(١) محور الشربيعي:

أ) $1 = (\text{جنا})^2 + (\text{جا})^2$
 ب) $1 - (\text{جنا})^2 = (\text{جا})^2$
 ج) $1 - (\text{جا})^2 = (\text{جنا})^2$
 د) $1 = (\text{قا})^2 - (\text{ظا})^2$
 هـ) $1 = (\text{قا})^2 + (\text{ظا})^2$
 د) $1 - (\text{قا})^2 = (\text{ظا})^2$

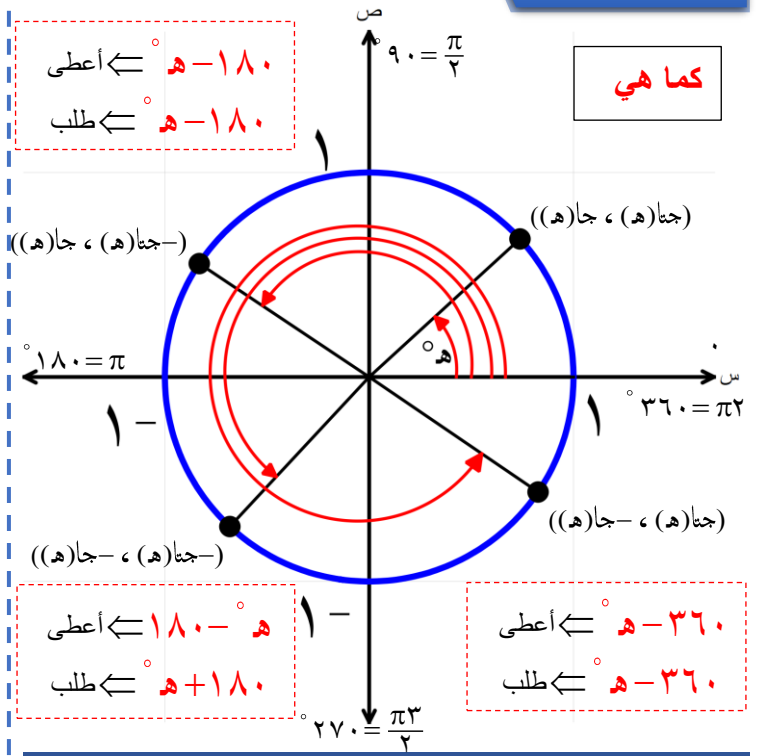
نفس الزاوية

(٢) محور الشربخطي:

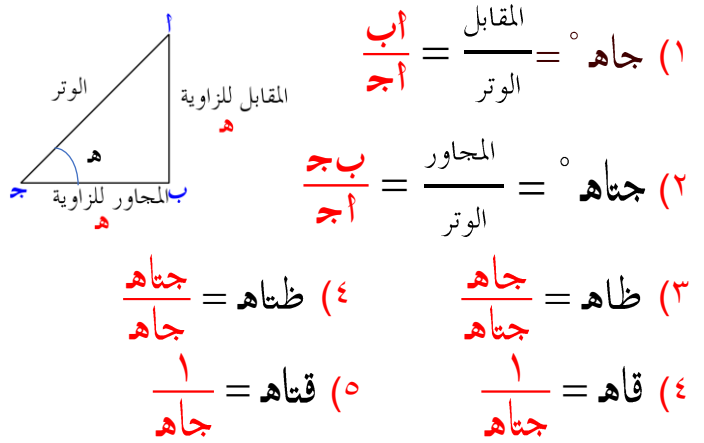
أ) $1 - (\text{جنا})^2 = (\text{نصف الزاوية})^2$
 ب) $1 + (\text{جنا})^2 = (\text{نصف الزاوية})^2$
 أو الضرب المرافق

١٢: الاقترانات الدائرية

١- دائرة الوحدة :



٢- على الأصل دور :



٣- تحويل الزوايا

من التقدير الستيني إلى التقدير الدائري : المعطى $\times \frac{\pi}{180}$

$$\frac{\pi}{6} = \frac{\pi \times 30}{180} \leftarrow 30^\circ$$

من التقدير الدائري إلى التقدير الستيني : المعطى $\times \frac{180}{\pi}$

$$45^\circ = \frac{180}{\pi} \times \frac{\pi}{4} \leftarrow \frac{\pi}{4}$$



٣) ضعف الزاوية :

$$أ) \text{جتا} (2\text{زاوية}) = 1 - 2\text{جا}^2 (\text{نصف})$$

$$ب) \text{جتا} (2\text{زاوية}) = 2\text{جتا} (\text{نصف}) - 1$$

$$د) \text{جتا} (2\text{زاوية}) = 2\text{جتا}^2 (\text{نصف}) - \text{جا}^2 (\text{نصف})$$

$$ج) \text{جا} (2\text{زاوية}) = 2\text{جا} (\text{نصف}) \text{جتا} (\text{نصف})$$

$$هـ) \text{ظا} (2\text{زاوية}) = \frac{2\text{ظا} (\text{نصف})}{1 - \text{ظا}^2 (\text{نصف})}$$

٧) المتمة والمكملة :

$$* \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4} \text{ و } \frac{\pi}{4} \text{ مضاعفاتها زوايا قلابية لكن أحذر إشارة الربع}$$

$$أ) \text{جا} (\frac{\pi}{4} + \text{س}) = \text{جتا} \text{س} ، \text{جتا} (\frac{\pi}{4} + \text{س}) = -\text{جا} \text{س}$$

$$\pi \text{ و مضاعفاتها تحافظ على النسبة لكن احذر إشارة الربع}$$

$$ج) \text{جا} (\pi + \text{س}) = -\text{جا} \text{س} ، \text{جتا} (\pi + \text{س}) = -\text{جتا} \text{س}$$

$$هـ) \text{ظا} (\pi + \text{س}) = \text{ظا} \text{س}$$

$$\text{مثال ١) حل المعادلة جا} (4\text{س}) = 1 ، \text{س} \in [\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}]$$

الحل:

$$\text{جا} (4\text{س}) = 1 \Leftrightarrow 4\text{س} = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \text{س} = \frac{\pi}{8}$$

$$\text{مثال ٢) حل المعادلة جا}^2 \text{س} + \text{جا} \text{س} = 2 ، \text{س} \in [0, \pi]$$

الحل:

$$\text{جا}^2 \text{س} + \text{جا} \text{س} - 2 = 0 \Leftrightarrow (\text{جا} \text{س} - 1)(\text{جا} \text{س} + 2) = 0$$

$$\text{جا} \text{س} = 2 \text{ (غير ممكن)} \text{ أو } \text{جا} \text{س} = 1 \Leftrightarrow \text{س} = \frac{\pi}{2}$$

الحل غير مقبول لأن أقل قيمة للـ
جا () هي ١

$$\text{مثال ٣) حل المعادلة : جا} \text{س} - \text{جا}^2 \text{س} = 0 ، \text{س} \in [0, 2\pi]$$

الحل:

$$\text{جا} \text{س} (1 - \text{جا} \text{س}) = 0 \Leftrightarrow \text{جا} \text{س} = 0 \text{ أو } \text{جا} \text{س} = 1$$

$$\text{جا} \text{س} = 0 \Leftrightarrow \text{س} = 0 \text{ أو } \pi \Leftrightarrow \text{س} = \frac{\pi}{2} \text{ أو } \frac{3\pi}{2}$$

$$\text{جا} \text{س} = 1 \Leftrightarrow \text{س} = 0 \text{ أو } 2\pi$$

$$\text{س} = \frac{\pi}{2} ، \frac{3\pi}{2} ، \frac{\pi}{2} \text{ أو } \frac{3\pi}{2}$$

أصبحت خارج
الفترة

٥) قاعدة الضرب :

* (للتحويل إلى حاصل جمع)

$$أ) \text{جا} \text{س} \times \text{جا} \text{ص} = \frac{1}{2} (\text{جتا} (\text{س} + \text{ص}) - \text{جتا} (\text{س} - \text{ص}))$$

$$ب) \text{جتا} \text{س} \times \text{جتا} \text{ص} = \frac{1}{2} (\text{جتا} (\text{س} + \text{ص}) + \text{جتا} (\text{س} - \text{ص}))$$

$$ج) \text{جا} \text{س} \times \text{جتا} \text{ص} = \frac{1}{2} (\text{جا} (\text{س} + \text{ص}) + \text{جا} (\text{س} - \text{ص}))$$

٦) متطابقات الحفلة :

$$أ) \text{جا} (\text{س} + \text{ص}) = \text{جا} \text{س} \text{جتا} \text{ص} + \text{جتا} \text{س} \text{جا} \text{ص}$$

$$ب) \text{جا} (\text{س} - \text{ص}) = \text{جا} \text{س} \text{جتا} \text{ص} - \text{جتا} \text{س} \text{جا} \text{ص}$$

$$ج) \text{جتا} (\text{س} + \text{ص}) = \text{جتا} \text{س} \text{جتا} \text{ص} - \text{جا} \text{س} \text{جا} \text{ص}$$

$$د) \text{جتا} (\text{س} - \text{ص}) = \text{جتا} \text{س} \text{جتا} \text{ص} + \text{جا} \text{س} \text{جا} \text{ص}$$

$$هـ) \text{ظا} (\text{س} + \text{ص}) = \frac{\text{ظا} \text{س} + \text{ظا} \text{ص}}{1 - \text{ظا} \text{س} \text{ظا} \text{ص}}$$

$$و) \text{ظا} (\text{س} - \text{ص}) = \frac{\text{ظا} \text{س} - \text{ظا} \text{ص}}{1 + \text{ظا} \text{س} \text{ظا} \text{ص}}$$