

دوسية

حساب التفاضل

تحتوي على أكثر من 300 سؤال

الرياضيات | العلمي والصناعي



الأستاذ حسن الطريفي

+972 59 488 5006

الرياضيات للعلمي والصناعي

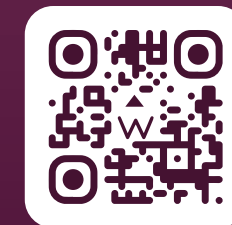
حساب التفاضل

الأستاذ حسن الطريفي



حساب التفاضل

مع الأستاذ حسن الطريفي



للتواصل مع الأستاذ امسح الكود عن طريق الكاميرا

الفهرس

- الدرس الاول: متوسط التغير (٨-١)
- الدرس الثاني: قواعد الاشتقاق (٤٠-٩)
- الدرس الثالث: مشتقات الاقترانات المثلثية (٤٦-٤١)
- الدرس الرابع: قاعدة لوبيتال ومشتقة الاقتران الاسي واللوغاريتمي (٥٦-٤٧)
- الدرس الخامس: تطبيقات هندسية وفيزيائية (٧٥-٥٧)
- الدرس السادس: قاعدة السلسلة (٨٩-٧٦)
- الدرس السابع: الاشتقاق الضمني (١٠٦-٩٠)

حديث من القلب الى القلب

★ اخواني واخواتي الطلاب ان شاء الله تكون هاي السنة سنة خير عليكم وتحققو اعلى المعدلات وتدخلو التخصصات الي بتتمنوها، ولكن لكل شيء جميل ولكل فرحة تعب وثمر ولكل مجتهد نصيب واتمنى انه ربنا يعطيكم ع قد تعبكم واجتهادكم وأكثر.

★ طلابي الاعزاء اعلموا علم اليقين انه هذه الدوسية كافية ووافية باذن الله لحتى تتمكنو من هاي الوحدة بأفضل صورة وحال، وكنت حريص انه تشمل تدريبات واوراق عمل واسئلة الكتاب واسئلة خارجية ووزارية حتى لا يحتاج اي طالب منكم لاي مصدر خارجي، وثقو تماماً انه بعد دراسة هاي الوحدة أنك تكون قادر على حل اي سؤال وزاري باذن الله.

★ واعلموا جيداً أنني حريص كل الحرص على نجاح كل طالب فيكم مهما كان مستواه، لأنه نجاحكم من ناجحي وان شاء الله تكونو من الناجحين والأوائل وفالكم التوفيق والنجاح باذن المولى عز وجل.

الدرس الأول: متوسط التغير

إذا كان $v = v(s)$ وتغيرت s من s_1 إلى s_2 فإنه:

(١) التغير في s $\Delta s = s_2 - s_1$ ويقرأ دلتا s .

(٢) التغير في v $\Delta v = v(s_2) - v(s_1)$ يمثل

(٣) متوسط التغير يمثل $\frac{v(s_2) - v(s_1)}{s_2 - s_1} = \frac{\Delta v}{\Delta s}$

مثال:

إذا كان $v = v(s) = s^3 - 5s + 3$

جد:

(١) Δv عندما تتغير s من ١ إلى ٢.

(٢) التغير Δv (س) عندما تتغير s من ١ إلى ٢.

(٣) متوسط التغير في v (س) على نفس الفترة.

مثال:

$v = v(s) = \frac{3}{s} + s^2$ ، جد متوسط التغير عندما تتغير s من ٣ إلى ٥.

مثال:

إذا كان $v = v(s) = 3s - \sin s$ جد متوسط التغير للاقتزان على الفترة $\left[\frac{\pi}{4}, \pi\right]$.

مثال:

إذا كان $u(s) = s + s^{1+}$ جد متوسط التغير في الفترة من ٠ إلى ١.

مثال:

إذا كان $u(s) = (s + s^2)^{1-}$ وكان مقدار التغير في قيمة الاقتران $u(s)$ يساوي $\frac{1-}{3}$ عندما تتغير s من ١ إلى s_2 جد قيمة s_2 حيث أن $s_2 < ٠$.

مثال:

إذا كان $u(s) = (s) - s^2$ وكان متوسط التغير في الاقتران $u(s)$ في الفترة $[-2, 3]$ يساوي ٥، جد متوسط التغير في $u(s)$ على نفس الفترة.

مثال:

إذا كان متوسط التغير للاقتزان u في الفترة $[3, 1]$ يساوي ٥، وكان $u \times (1) \times (3) = 12$ ، وكان $h(s) = \frac{1}{u(s)}$ ، فجد متوسط التغير للاقتزان $h(s)$ على الفترة نفسها.

مثال:

إذا كان $u(s) = \begin{cases} s^2 + 2, & s \leq 1 \\ s - 1, & s > 1 \end{cases}$ فجد متوسط التغير على الفترة $[3, 0]$.

مثال:

إذا كان $u(s) = \begin{cases} s - 6, & s > 2 \\ s^2 + s, & s \leq 2 \end{cases}$ وكان متوسط التغير s من ١ إلى ١ يساوي ٩، فجد قيمة الثابت a حيث أن $1 < 2$.

مثال:

إذا كان $u(s) = \sqrt{s+1}$ ، وكان متوسط التغير في $u(s)$ يساوي $\frac{1}{4}$ عندما تتغير s من a إلى b ، جد قيمة b حيث $a < 0$.

مثال:

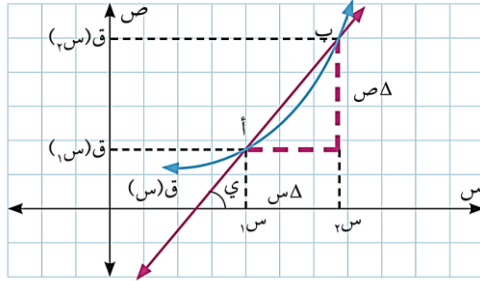
إذا كان متوسط التغير للاقتزان $u(s) = s + \ln s$ ، $s < 0$ عندما تتغير s من a إلى b يساوي $\frac{3}{h-1}$ ، أجد قيمة n .

مثال:

إذا كان $u(s) = s^2 + bs + c$ ، اثبت أن متوسط التغير عندما تتغير s من 2 إلى n يساوي $a(2+n) + b$

المعنى الهندسي لمتوسط التغير:

القاطع: هو خط مستقيم يقطع منحنى الاقتران في نقطتين $((s_1), u(s_1))$ و $((s_2), u(s_2))$



$$\frac{u(s_1) - u(s_2)}{s_1 - s_2} = \frac{\Delta u}{\Delta s} = \text{ميل القاطع}$$

أو ميل القاطع = ظاهر، حيث ه هي الزاوية التي يصنعها المستقيم

مع محور السينات الموجب

ملاحظة: ميل المستقيم (القاطع) = متوسط التغير = ظاهر.

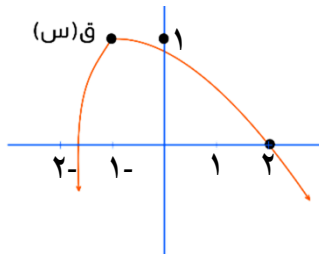
مثال:

إذا قطع المستقيم ل منحنى الاقتران $u(s) = s + 2s^2$ ، في النقطتين $((0), 0)$ و $((\frac{\pi}{2}), \frac{\pi}{2})$ ، جد:

(٢) قياس زاوية ميل المستقيم ل.

(١) ميل المستقيم ل

جد ميل القاطع المار بالنقطتين $(5, 2)$ ، $(10, 4)$ ثم جد
الواقعتين على منحنى الاقتران $u(s)$ ، الشكل المجاور.
متوسط التغير في الفترة $[2, 4]$.



إذا كان القاطع المار بالنقطتين (١، ١) و (١، ١)،
 (٣، ٣) و (٣، ٣) يضع زاوية قياسها ١٣٥° مع
 الاتجاه الموجب لمحور السينات، فجد متوسط التغير
 للاقتران في الفترة [١، ٣]

إذا قطع المستقيم ل منحنى $v(s)$ في النقطتين
 (١، ١) و (٣، ٣) وصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع
 الاتجاه الموجب لمحور السينات، جد متوسط التغير في
 الاقتران $h(s) = 3v(s) + s^2 - 1$

المعنى الفيزيائي لمتوسط التغير:

إذا كانت $f = v(n)$ هي اقتران المسافة التي يقطعها الجسم، ن تمثل الزمن، فإن السرعة المتوسطة = متوسط التغير في المسافة.

$$\frac{v(n_1) - v(n_2)}{n_1 - n_2} = \frac{\Delta f}{\Delta n} = \text{السرعة المتوسطة}$$

مثال:

يتحرك جسم على خط مستقيم، بحيث بعده f بالأمتار من النقطة (و) بعد n من الثواني يعطي بالقاعدة
 $v(n) = n^2 + 8n$ ، جد ما يلي:

(١) السرعة المتوسطة في الفترة [٣، ١].

(٢) إذا كانت السرعة المتوسطة في الفترة [١، ٣] تساوي ١٣ م/ث جد قيمة f .

ورقة عمل

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

(١) إذا كان $u(s)$ اقترانا، وكان $u(3) = u(5) - 14$ ، وكان متوسط التغير في الفترة $[3, 5]$ يساوي ١٠، فإن u تساوي:

- (أ) ٥ (ب) ٣ (ج) ٦ (د) ١٠

(٢) إذا كان $u(s) = s$ لـ s ، وكان متوسط تغير الاقتران $u(s)$ في الفترة $[-3, 1]$ يساوي -٢، لـ $u(3) = -3$ ، فما قيمة لـ $u(1)$:

- (أ) ٢ - (ب) ١ - (ج) ١ (د) ٢

(٣) إذا كان متوسط تغير الاقتران $u(s) = s^3 - s^2$ في الفترة $[1, 2]$ يساوي ١٦، $1 < 0$ ، فإن u تساوي:

- (أ) ٢ (ب) $\frac{14}{9}$ (ج) ١ (د) $\frac{22}{9}$

(٤) إذا كان متوسط التغير في الاقتران $u(s) = s^3 + 1$ في الفترة $[2, 6]$ هو -٦، فإن قيمة الثابت b هي:

- (أ) ٢ (ب) ٢ - (ج) ٤ (د) ٤ -

(٥) إذا قطع المستقيم l منحنى الاقتران $u(s)$ في النقطتين $(0, u(0))$ ، $(\pi, u(\pi))$ ، فما قياس زاوية ميل المستقيم l علماً بأن التغير في الاقتران $u(s)$ في الفترة $[0, \pi]$ يساوي π :

- (أ) $\frac{\pi^5}{4}$ (ب) $\frac{\pi}{4}$ (ج) $\frac{\pi^3}{4}$ (د) $\frac{\pi^7}{4}$

سؤال

إذا كان $u(s) = \begin{cases} s-6, & s > 2 \\ s^2 + s, & s \leq 2 \end{cases}$ وكان متوسط التغير للاقتران $u(s)$ عندما تتغير s من 1 إلى 1
حيث $1 < 2$ يساوي 9، فإن قيمة 1 تساوي؟

الجواب: 1 = 4

سؤال

إذا كان متوسط تغير الاقتران $u(s)$ في الفترة $[1, 2]$ يساوي 4، ومتوسط تغير $u(s)$ في الفترة $[2, 5]$ يساوي 8، فما متوسط تغير الاقتران $u(s)$ في الفترة $[1, 5]$ ؟

الجواب: 7

سؤال

إذا كان متوسط التغير للاقتران $u(s) = \sqrt{4s+1}$ في الفترة $[0, b]$ يساوي 1، فما قيمة الثابت b ؟

الجواب: $b = 2$

سؤال

إذا كان $h(s) = (s + (s))^2$ وكان متوسط التغير $u(s)$ في الفترة $[2, 5]$ يساوي 3، ومتوسط تغير $h(s)$ في نفس الفترة يساوي 40، فما قيمة $u(5) + u(2)$ ؟

الجواب: 3

سؤال

إذا كان المستقيم القاطع لمنحنى الاقتران $u(s)$ في النقطتين $(1, u(1))$ ، $(3, u(3))$ يصنع زاوية مقدارها 135° مع محور السينات الموجب. احسب متوسط التغير للاقتران $h(s) = \frac{2}{(s)}$ في الفترة $[1, 3]$ ؟

الجواب: $\frac{2}{35}$

الدرس الثاني: قواعد الاشتقاق

رموز المشتقة الاولى للاقتران $v = v(s)$ هي:

$$v'(s), \frac{dv}{ds}, \frac{v(s)}{s}, \frac{v}{s}$$

علاقة المشتقة الاولى بمتوسط التغير (تعريف المشتقة)

الخلاصة التعريف العام للمشتقة يمثل:

$$(1) \quad v'(s) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{v(s + \Delta s) - v(s)}{\Delta s}$$

$$(2) \quad v'(s) = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{v(s + \Delta s) - v(s)}{\Delta s}$$

مثال:

جد $v'(s)$ لكل مما يلي باستخدام التعريف العام للمشتقة:

$$(2) \quad v(s) = s^2$$

$$(1) \quad v(s) = s^3 - 5$$

تدريب:

جد $\cup (س)$ لكل مما يلي باستخدام التعريف العام للمشتقة:

(١) $\cup (س) = س^3$

(٢) $\cup (س) = س^2 + س$

(٣) $\cup (س) = س^3 - س$

قواعد الاشتقاق

$$\cup (س) = س^{\frac{1}{2}} \leftarrow \cup (س) = \frac{1}{2} س^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{س}}$$

$$\cup (س) = س^{\pi} \leftarrow \cup (س) = \pi س^{\pi-1}$$

$$\cup (س) = س^{\sqrt{2}} \leftarrow \cup (س) = \sqrt{2} س^{\sqrt{2}-1}$$

$$\cup (س) = س^h \leftarrow \cup (س) = ه س^{h-1}$$

مشتقة $س^{\cup} = س^{\cup-1}$

$$\cup (س) = س^{\cup} \leftarrow \cup (س) = س^{\cup-1}$$

$$\cup (س) = س^{\gamma} \leftarrow \cup (س) = \gamma س^{\gamma-1}$$

$$\cup (س) = س^{\delta} \leftarrow \cup (س) = \delta س^{\delta-1}$$

$$\cup (س) = س^2 \leftarrow \cup (س) = 2 س$$

مشتقة الثابت = صفر

$$\text{إذا كان } \cup (س) = 1 \leftarrow \cup (س) = \text{صفر}$$

$$\cup (س) = 5 \leftarrow \cup (س) = \text{صفر}$$

$$\cup (س) = \frac{1}{2} \leftarrow \cup (س) = \text{صفر}$$

$$\cup (س) = \sqrt{3} \leftarrow \cup (س) = \text{صفر}$$

مشتقة $س \leftarrow 1$

$$\text{إذا كان } \cup (س) = س \leftarrow \cup (س) = 1$$

$$\cup (ص) = ص \leftarrow \cup (ص) = 1$$

$$\cup (ع) = ع \leftarrow \cup (ع) = 1$$

مشتقة الثابت $أس \leftarrow 1$

$$\text{إذا كان } \cup (س) = أس \leftarrow \cup (س) = 1$$

$$\cup (س) = 5س \leftarrow \cup (س) = 5$$

مشتقة جمع وطرح الاقترانات

$$u(s) = 8 - s^3 + s^2 - 7s^3 = (s) \quad u' = (s)$$

$$u(s) = 7 + s^{\frac{1}{5}} - s^{\frac{1}{4}} + s^{\frac{1}{3}} = (s) \quad u' = (s)$$

$$u(s) = 1 + s^3 - s^{\frac{1}{7}} + s^{\frac{1}{3}} - 7s = (s) \quad u' = (s)$$

مثال:

جد $u'(s) =$ في كل ما يلي:

$$(1) \quad u(s) = (1 + s^2)(2 + 5s) = (s) \quad u' = (s)$$

$$(2) \quad u(s) = s^3(1 + 5s + s^2) = (s) \quad u' = (s)$$

$$(3) \quad u(s) = (1 + s^2)(1 + s^2) = (s) \quad u' = (s)$$

$$(4) \quad u(s) = (2 - s^2)(2 + s^2)(4 + s^4) = (s) \quad u' = (s)$$

$$u(s) = s^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{s^4} + s^{\frac{2}{3}} = (s) \quad u' = (s)$$

$$u(s) = \pi s^2 + \frac{1}{s^3} + h^3 = (s) \quad u' = (s)$$

مشتقة طرح الاقترانات

إذا كان $u(s) = h(s) + m(s)$

فإن $u'(s) = h'(s) + m'(s)$

$$u(s) = s^7 - s^6 - 3s^6 - 6 = (s) \quad u' = (s)$$

$$u(s) = -5s - 7s^2 - 3s^3 - 6 = (s) \quad u' = (s)$$

$$u(s) = s^3 - 2s^{\frac{1}{2}} - 6s^{\frac{1}{2}} - \frac{7}{2} = (s) \quad u' = (s)$$

مشتقة ضرب اقترانين

إذا كان $l(s) = u(s) \times h(s)$

فإن $l'(s) = u'(s) \times h(s) + u(s) \times h'(s)$

$h(s) \times u'(s)$

$= (الاول) \times (الثاني)' + (الثاني) (الاول)'$

إذا كان $\psi(s) = s$ لـ (s) جد $\psi(2) = 2$ إذا
كان $\psi(2) = 2$ ، لـ $(2) = 4$.

الجواب: ٥

إذا كان $ل(١) = ٢$ ، $ل(١) = ٤$ ، $ه(١) = ١$ ،
 ه $(١) = ٥$ ، $وكان ل(س) = ه(س) ل(س)$
 فإن $ل(١) =$

الجواب: ١٤

إذا كان $٣٣ = (س)س٢ه (س)وكان ه (١) = ١٠$
 وكان $ه (١) = ٥$ فإن $٣ = (١) = تساوي:$

الجواب: ٧٥

إذا كان $ص(س) = هـ(س)ل(س)$ وكان
 $ل(١) = ٢$ ، $ل(١) = ٣$ ، $هـ(١) = ٣$ ،
 $ص(١) = ٦$ **جد** $ص(١)$.

الجواب: ١٥

مشتقة ضرب ٣ اقترانات

إذا كان $ل(س) = و(س) \times ه(س) \times ز(س)$ ، فإن:

$$ل'(س) = و'(س) \times ه(س) \times ز(س) + و(س) \times ه'(س) \times ز(س) + و(س) \times ه(س) \times ز'(س)$$

مثال:

جد $و'(س)$ لكل مما يلي:

$$(١) \quad و(س) = (١ + س^٣)(٣ + س^٢)(٥ - س)$$

$$(٢) \quad و(س) = (١ + س)(٥س + س^٦)(٢س)$$

$$(٣) \quad و(س) = (٤ - س)(٤س + ٥)(س)$$

مشتقة القسمة

إذا كان $ل(س) = \frac{و(س)}{ه(س)}$ فإن:

$$ل'(س) = \frac{ه(س) و'(س) - و(س) ه'(س)}{ه^2(س)}$$

$$ل'(س) = \frac{(المقام)(البسط)' - (البسط)(المقام)'}{(المقام)^2}$$

مثال:

جد $و'(س)$ في كل نمائيلي:

$$(1) \quad و(س) = \frac{س}{1+س}$$

$$(2) \quad و(س) = \frac{1+س^2}{5-س^2}$$

$$(3) \quad و(س) = \frac{1+س^3}{1+س^2}$$

$$(4) \quad و(س) = \frac{1+س^3}{1+س^2}$$

$$(5) \quad و(س) = \frac{س^3+1}{س^2+2}$$

مشتقة قسمة
اقتران ثابت

$$\text{إذا كان } \frac{h(s)}{f(s)} = (s) \text{ فإن } \frac{h'(s)}{f(s)} = (s)'$$

مثال:

جد $(s)'$ في كل مما يلي:

$$(1) \frac{s^2 + 2}{6} = (s)$$

$$(2) \frac{s^3 + 3s^2 - 2s - 4}{9} = (s)$$

$$(3) \frac{s^3 + 3s^2 + 5s}{6} = (s)$$

$$(4) \frac{s^5 + 5s^4 + 3s^3}{5} = (s)$$

$$(5) \frac{s-1}{7} = (s)$$

مشتقة قسمة
ثابت اقتران

$$\text{إذا كان } \frac{f(s)}{h(s)} = (s) \text{ فإن } \frac{f'(s) \times 1 - f(s) \times h'(s)}{h(s)^2} = (s)'$$

$$\text{ومنه: } (s)' = \frac{\text{البسط} \times \text{مشتقة المقام} - \text{المقام} \times \text{مشتقة البسط}}{(\text{المقام})^2}$$

أمثلة:

$$(1) \frac{s^5}{s^3 + 7} = (s) \text{ ، جد } (s)'$$

$$(2) \text{ ص (س) } = \frac{3-}{6+2} \text{ س ، جد } \text{ ص (س) } ^\circ$$

$$(3) \text{ ص (س) } = \frac{2}{1+\frac{1}{2} \text{ س}} \text{ ، جد } \text{ ص (س) } ^\circ$$

$$(4) \text{ ص (س) } = \frac{1}{\text{س}} + \text{س} ، \text{فأن } \text{ ص (2) } ^\circ$$

$$(5) \text{ إذا كان } \text{ ص (س) } = \frac{\text{هـ (س)}}{1+\text{س}} ، \text{س} \neq 1 ، \text{ص (2) } = 1 ، \text{هـ (2) } = 7 ، \text{فإن } \text{ ص (2) } ^\circ = .$$

الجواب: ٢

$$(6) \text{ ص (1) } = 3 ، \text{ص (1) } = 2 ، \text{فإن } \left(\frac{7}{\text{ص}} \right) ^\circ (1) \text{ يساوي}$$

الجواب: $\left(\frac{21-}{4} \right)$

$$(7) \text{ ص (س) } = \frac{1+\text{س}}{\text{هـ (س)}} ، \text{هـ (س) } \neq 0 ، \text{هـ (2) } = 5 ، \text{هـ (2) } = 1 ، \text{جد } \text{ ص (2) } ^\circ$$

الجواب: $\frac{2}{25}$

$$(8) \quad u(s) = \frac{1}{1+5s}, \text{ إذا كان } u(1) = 5, \text{ جد } u.$$

الجواب: - ٣٦

$$(9) \quad u(s) = \frac{s+5}{s^2-6s}, \text{ جد } u(2):$$

الجواب: ٤

$$u(s) = \text{مشتقة}$$

$$\text{إذا كان } u(s) = \text{فإن } u'(s) = u(s) \times u'(s)$$

$$u(s) = (s+1)(s+2)^{100}$$

$$u(s) = (s^3 + 2)^9$$

$$u(s) = (s+1)(s+5)^{10}$$

$$u(s) = (s+1)(s^3 - s^4)^{13}$$

$$\text{مشتقة} \quad \frac{1}{b} ((s)) = s$$

$$\text{إذا كان } \frac{1}{b} ((s)) = s \text{، فأن } s = \frac{1}{b} ((s)) \times \frac{b-1}{b} ((s)) \times \frac{1}{b} = s \text{ (s)}.$$

مثال (١):

$$\frac{1}{7} (s^2 + 3) = (s) \text{، جد } s \text{ (s)}$$

مثال (٢):

$$1 = (2) \text{، } 5 = (2) \text{، } (s) = (s) \text{، } 3 = (s) \text{، جد } s \text{ (2)}$$

مثال (٣):

$$\text{إذا كان } 7 = (3) \text{، } 4 = (3) \text{، وكان } (s) = (s) \text{، } 3 = (s) \text{، جد } s \text{ (3)}$$

مشتقة الجذور

تذكر أن:

$\sqrt[n]{s^2 + 5} \leftarrow \frac{1}{n} (s^2 + 5)^{\frac{1}{n} - 1} \cdot 2s$	$\sqrt[n]{s^2 + 1} \leftarrow \frac{1}{n} (s^2 + 1)^{\frac{1}{n} - 1} \cdot 2s$
$\sqrt[n]{s^3 + 5s - 1} \leftarrow \frac{1}{n} (s^3 + 5s - 1)^{\frac{1}{n} - 1} \cdot (3s^2 + 5)$	$\sqrt[n]{s^2 + 3s + 3} \leftarrow \frac{1}{n} (s^2 + 3s + 3)^{\frac{1}{n} - 1} \cdot (2s + 3)$

جد $u'(s)$ في كل مما يلي:

$$\sqrt[9]{(5s^2 + 7)} = u(s) \quad (2)$$

$$\sqrt[7]{s^2 + 3} = u(s) \quad (1)$$

$$\sqrt[3]{(s^2 - s^3)} = u(s) \quad (4)$$

$$\sqrt[9]{(s^2 + s)} = u(s) \quad (3)$$

مشتقة الجذر التربيعي

$$\frac{1}{\sqrt{s}} = (s)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{فإن } \frac{1}{\sqrt{s}} = (s)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\frac{(s)^{-\frac{1}{2}}}{2(s)^{-\frac{3}{2}}} = \frac{1}{2} (s)^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \sqrt{s} \quad \text{فإن } \frac{1}{\sqrt{s}} = \frac{1}{2} \sqrt{s}$$

$$\text{جد } (s)^{-\frac{1}{2}} \text{ إذا كان } \frac{1}{\sqrt{s}} = (s)^{-\frac{1}{2}} \text{، جذ } (s)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{إذا كان } \frac{1}{\sqrt{s}} = (s)^{-\frac{1}{2}} \text{، جذ } (s)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{إذا كان } \frac{1}{\sqrt{s}} = (s)^{-\frac{1}{2}} \text{، جذ } (s)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\text{جد } (s)^{-\frac{1}{2}} \text{، } \frac{(s)^{-\frac{1}{2}}(s)^{\frac{1}{2}}}{s + s^{\frac{3}{2}}} = (s)^{-\frac{1}{2}}$$

تدريب:

ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

(١) إذا علمت $\frac{u(ع) - u(٢)}{٢ - ع} = ١٠$ ، وكان $u(س) = u(س) + س^٢$ فإن $u(٢)$ يساوي:

- (أ) ١٤ (ب) ١٠ (ج) ٨ (د) صفر

(٢) إذا كان $u(س) = س^٢ + ٥س + ٨$ ، فإن $u'(٠)$ يساوي:

- (أ) ٥- (ب) ٥ (ج) صفر (د) ١

(٣) إذا كان $u(س) = \frac{س^٤}{٨} + س^٣$ ، جد $u'(س)$

(أ) $\frac{س^٣}{٢} - ٣س^٢$ (ب) $\frac{س^٣}{٢} + ٣س^٢$

(ج) $٣س^٢ - ٣س^٣$ (د) $٣س^٢ - ٣س^٣$

(٤) إذا كان $h(س) = س + ٥$ ، فإن $h'(٥) =$

- (أ) ١ (ب) صفر (ج) ٥ (د) ٢

(٥) $u(س) = \sqrt[٤]{س}$ ، فإن $u'(٤) =$

- (أ) $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (ج) $\frac{٨}{٣}$ (د) ٢

(٦) إذا كان $u(س) = h(س) + ٥س$ ، وكان $h'(٥) = ٢٥$ ، فإن $u'(٥) =$

- (أ) ٢٥ (ب) ٣٠ (ج) ٣٠- (د) ٢٥-

(٧) إذا كان $u = (s)$ s^2 هـ (s) ، وكان هـ $(1) = 5$ ، هـ $(1) = 7$ ، فإن $u' = (1)$

- (أ) ١٥ (ب) ١٥- (ج) ١٩- (د) ١٩

(٨) إذا كان $u = (s)$ s^2 هـ (s) ، وكان هـ $(3) = 5$ ، هـ $(3) = 4$ ، فإن $u' = (3)$

- (أ) صفر (ب) ١٣٨ (ج) ٦٩ (د) ٦٩-

(٩) $\left(\frac{u}{h}(1)\right)^{-}$ تساوي:

- (أ) ١- (ب) ١ (ج) ٢ (د) صفر

(١٠) إذا كان هـ (s) اقتران كثير حدود وكان هـ $(1) = 5$ ، هـ $(1) = 1-$ ، فإن $u' = (s)^2$ (1) يساوي:

- (أ) ١٠- (ب) ١٠ (ج) صفر (د) ٢-

(١١) إذا علمت أن هـ (s) قابل للاشتقاق وأن هـ $(2) = 3$ ، هـ $(2) = 1-$ فجد $u' = (2)$ في كل مما يلي:

(أ) $u = (s)$ هـ (s) (ب) $u = (s)$ $s^3 = s^2$ هـ $(s) - s^5$

(ج) $u = (s)$ هـ $(s) = \frac{1}{h(s)} - (s)$ (د) $u = (s)$ $\frac{1+s^2}{h^3(s)}$

(١٢) إذا كان ل، هـ اقرانين قابلين للاشتقاق وكان ل $(2-) = 3$ ، ل $(2-) = 1-$ ، هـ $(2-) = 4$ ،

هـ $(2-) = 6-$ ، فجد $u' = (2-)$ في كل مما يأتي:

(أ) $u = (s)$ ل $(s) \times هـ (s)$ (ب) $u = (s)$ $\frac{هـ (s)}{1 + ل (s)}$

الإجابات

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الاجابة	أ	ب	ب	أ	أ	ب	د	ج	د	أ

اجابة سؤال (١١):

$$\frac{33}{81} \text{ (د)}$$

$$\frac{10-}{9} \text{ (ج)}$$

$$19 \text{ (ب)}$$

$$1 \text{ (أ)}$$

اجابة سؤال (١٢):

$$\frac{20-}{16} \text{ (ب)}$$

$$22- \text{ (أ)}$$

الاتصال والاشتقاق

الاتصال:

يكون الاقتران $u(s)$ متصل عن $s = a$ إذا تحقق ما يلي:

$$(1) \text{ النهاية موجودة هنا } u(s) = b \text{ عند } s \rightarrow a$$

$$(2) \text{ الصورة تساوي النهاية } u(a) = \lim_{s \rightarrow a} u(s) = b$$

$$\left. \begin{array}{l} s^2 + s < 2 \\ s \in [4, 2] \\ s^2 + 5 + \frac{6}{s} < 2 \end{array} \right\} u(s) =$$

ابحث اتصال $u(s)$ عند $s = 2$

$$\left. \begin{array}{l} s^2 - 2 < 2 \\ s \in [6, 2] \end{array} \right\} u(s) =$$

ابحث في اتصال $u(s)$ عند $s = 2$

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس } 3 + \text{ب س} + 1 = \text{س} > 1 \\ 5 = \text{س} \\ \text{س} 2 - (\text{ب} + 1) + \text{س} 2 = \text{س} < 1 \end{array} \right\} = (\text{س}) \text{ إذا كان}$$

متصلاً عند $\text{س} = 1$ ، جد أ، ب.

الجواب: أ=1، ب=-3

تدريب:

$$\left. \begin{array}{l} \text{أس } 2 + \text{ب س} > 3 \\ 6 = \text{س} \\ \text{أس} - 2 \text{ب س} < 3 \end{array} \right\} = (\text{س}) \text{ (1) } \text{ وكان متصلاً عند } \text{س} = 3 \text{ جد أ، ب}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{س} 2 + 4 = \text{س} > 2 \\ \text{س} 6 + 6 = \text{س} \leq 2 \end{array} \right\} = (\text{س}) \text{ (2) } \text{ ، ابحث اتصال } \text{س} \text{ عند } \text{س} = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\text{س} 3 - \text{س} - 2}{\text{أس} 6 - \text{س}} < 6 \\ 1 = \text{س} \\ \text{ب س} > 6 \end{array} \right\} = (\text{س}) \text{ (3) } \text{ إذا كان هـ (س) متصلاً على ح فجد أ، ب وكان هـ (س) متصلاً على ح فجد أ، ب}$$

الاشتقاق:

نظرية: إذا كان س اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند س ، فإنه يكون متصلاً عند س .

ملاحظات على النظرية:

(1) س قابل للاشتقاق $\leftarrow \text{س}$ متصل. (2) س غير قابل للاشتقاق $\leftarrow \text{س}$ غير متصل.

(3) س متصل $\leftarrow$ ليس بالضرورة أن يكون قابل للاشتقاق.

مثال:

إذا كان $u = (3)^x$ ، $v = (3)^x$ ، $4 = (3)^x$ جد $\frac{d}{dx} (u + v)$:
 $\frac{d}{dx} (u + v) = \frac{d}{dx} (3^x + 3^x) = 3^x \ln 3 + 3^x \ln 3 = 2 \cdot 3^x \ln 3$

مثال:

$u = (x)^2$ ، $v = \frac{3}{x-2}$ ، $2 = x$ للاشتقاق عند $x = 2$ ، ابحث قابلية u للاشتقاق عند $x = 2$

مثال:

$u = (x)^2$ ، $v = \frac{3}{x-2}$ ، $4 = x$ للاشتقاق عند $x = 4$ ، ابحث قابلية u للاشتقاق عند $x = 4$

مشتقة الاقتران المتشعب

(١) نشتق كل قاعدة لوحدها ثم نزيل أي إشارة مساواة موجودة.

(٢) المشتقة عند الأطراف دائماً غير موجودة.

(٣) المشتقة عند نقاط التحول $(x = 1)$:

أولاً: ندرس الاتصال عند $x = 1$ إذا كان متصل نكمل إذا لا $u = (1)^x$ غ.م.

ثانياً: إذا كانت المشتقة من اليمين تساوي اليسار فأنها موجودة $u = (1)^x_+ = (1)^x_- = (1)^x \Leftarrow u = (1)^x = b$ ،

إذا $u = (1)^x_+ = (1)^x_- = (1)^x$ فأني $u = (1)^x = \text{غ.م.}$

مثال:

$$\left. \begin{array}{l} 8s^3 + 4s \leq 1 \\ 8s^2 + 2s - 8 > 1 \end{array} \right\} = \text{إذا كان } (s) \text{ جد } (s)$$

مثال:

$$\left. \begin{array}{l} 2s \leq 2 \\ 4 > 2s \end{array} \right\} = (s) \text{ جد } (2)$$

$$\left. \begin{array}{l} s^4 - 2s^3 \leq 2 \\ 2s^3 - s^4 > 2 \end{array} \right\} = (s)$$

جد (س)، (٣)، (٠)

$$\left. \begin{array}{l} s^2 \geq 1 \\ 2 - 4s \geq 10 \end{array} \right\} = (s)$$

جد (س)

$$\left. \begin{array}{l} 1 \leq s, \quad b + s^2 \\ 1 < s, \quad s + s^3 \end{array} \right\} = (s) \cup$$

إذا كان $(s) \cup$ قابل للاشتقاق على ح، جد أ، ب

الجواب: أ=٢، ب= صفر

ابحث قابلية الاقتران للاشتقاق على ح،

$$\left. \begin{array}{l} 1 \geq s, \quad \frac{4}{1+s} \\ 1 < s, \quad 1+s \end{array} \right\} = (s) \cup$$

تدريب:

$$\left. \begin{array}{l} 1 \geq s, \quad s^3 - s^4 \\ 1 < s, \quad 1 + s^3 \end{array} \right\} = (s) \cup$$

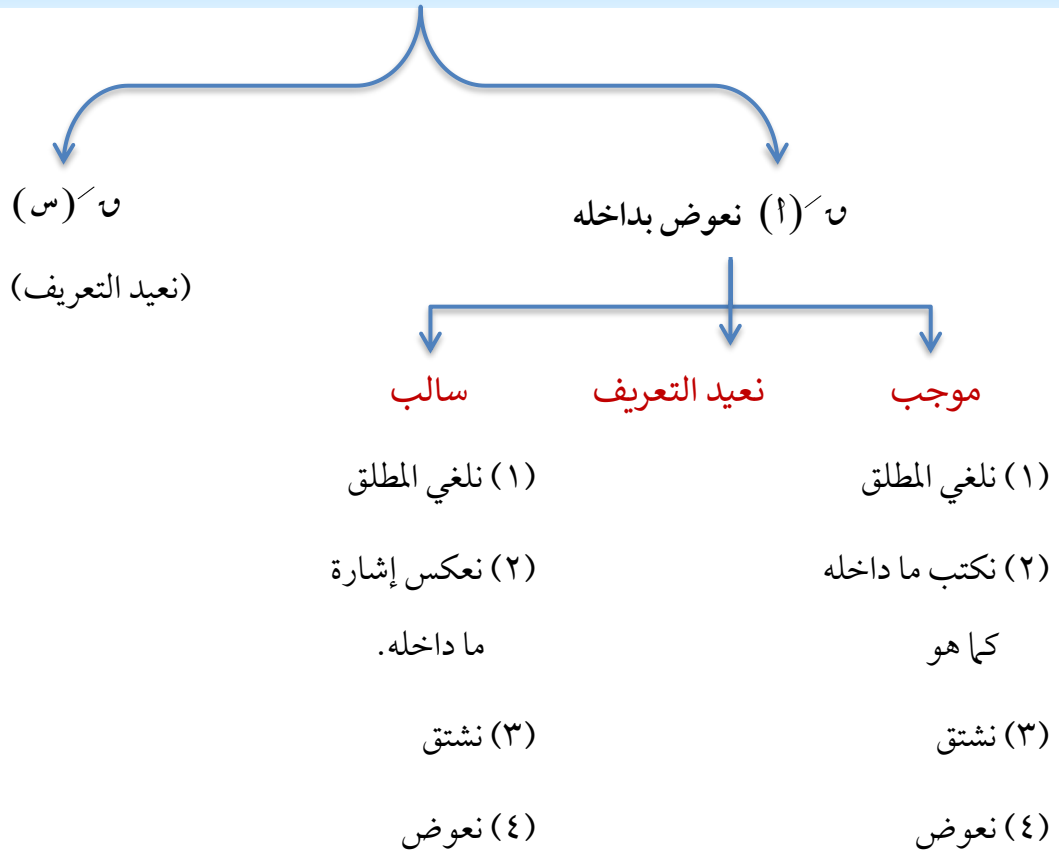
ابحث قابلية الاشتقاق على مجاله واكتب قاعدة $(s) \cup$

تدريب:

$$\left. \begin{array}{l} 2 \geq s, \quad s^2 - s \\ 2 < s, \quad s^3 + s - 4 \end{array} \right\} = (s) \cup$$

وكان $(s) \cup$ قابلاً للاشتقاق عند $s = 2$ فجد كلاً من الثابتين أ، ب.

مشتقة اقتران القيمة المطلقة



ملاحظات:

(١) |خطي| ← قابل للاشتقاق على ح- {صفه}

مثال:

$$|س| \leftarrow س = ٠ \text{ المشتقة غ. م}$$

$$|س - ١| \leftarrow س = ١ \text{ المشتقة غ. م}$$

$$|س + ٢| \leftarrow س = -٢ \text{ المشتقة غ. م}$$

(٢) |تربيعي مميزه موجب| ← قابل للاشتقاق على ح- {اصفاره}

$$|س^٢ - ١| \leftarrow \text{قابل للاشتقاق على ح- } \{١, -١\}$$

$$|س^2 - س - 3|$$

$$س^2 - س - 3 = \text{صفر}$$

$$(س - 3)(س + 1) = \text{صفر}$$

$$س = 3, -1$$

∴ قابل للاشتقاق على ح - {3, -1}

(3) $|س^2| = س^2$ (نلغي المطلق إذا ما كان داخله مقدار تربيعي)

$$|س^2(1 - س)| = |س^2(1 - س)| = |س^2 + س^2 - س^3|$$

$$|س^2(2 - س)| = |س^2(2 - س)| = |س^2 + س^2 - س^3|$$

(4) $|س^2| = س^2$ (إذا كان ما داخل الجذر التربيعي مقدار تربيعي يتحول إلى مطلق)

$$|س^2 + س^2 - س^3| =$$

$$|س - 1| = |س^2(1 - س)| =$$

مثال (1):

إذا كان $س = 3$ ، $|س^2 - س - 3| = 3$ ، جد ما يلي:

(4) $س(1 - س)$

(3) $س(1 - س)$

(2) $س(1 - س)$

(1) $س(1 - س)$

مثال (٣):

$$٥ + |١ - س| + س^٢ = (س) \quad \text{جد } (١ -)$$

جد $(١ -)$

مثال (٢):

$$\frac{|س|}{١ + س} = (س) \quad \text{جد } (١ -)$$

مثال (٤):

$$(١) \quad \text{جد } (١ + |س|) = (س)$$

مثال (٥):

$$u(s) = |s - 5| + |2s|, \text{ جد } u'(s) \quad (١)$$

مثال (٦):

$$u(s) = |s| + |s + 1|, \text{ جد } u'(s) \quad (١ -)$$

مثال (٧):

$$u(s) = |s| (s^2 + 1), \text{ جد } u'(s)$$

تدريب:

[١] ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

$$(١) \text{ ن } (س) = |س|^2, \text{ فأن ن } (٠)$$

(أ) صفر (ب) ٢ (ج) -٢ (د) غير موجودة

$$(٢) \text{ ن } (س) = |س^2 - ٢س + ١|, \text{ فأن ن } (١)$$

(أ) صفر (ب) ٢ (ج) -٢ (د) غير موجودة

$$(٣) \text{ ن } (س) = \sqrt{س^2 - ٤س + ٤}, \text{ جد ن } (٢)$$

(أ) صفر (ب) ٢ (ج) -٢ (د) غير موجودة

$$(٤) \text{ ن } (س) = |٥س + ٣| - |٥س + ٧| + س^2, \text{ فأن ن } (١):$$

(أ) ٢ (ب) -٢ (ج) صفر (د) غير موجودة

$$[٢] \text{ ن } (س) = |س + ١| - (س^2 + س + ١), \text{ جد ن } (١)$$

$$[٣] \text{ ن } (س) = \sqrt{(س - س^2)}, \text{ جد ن } (٠)$$

$$[٤] \text{ إذا كان ن } (س) = \frac{|س + ٢|}{س}, \text{ جد ن } (٣ -)$$

مشتقة أكبر عدد صحيح:

 $u^{(1)}$: نعوض بداخله

عدد غير صحيح

$$u^{(1)} = \text{صفر}$$

عدد صحيح

$$u^{(1)} = \text{غ.م}$$

مثال:

إذا كان $u^{(s)} = \left[3 + \frac{s}{2} \right]$ ، جد ما يلي:

$$u^{(1-)} = (ج)$$

$$u^{(2-)} = (ب)$$

$$u^{(1-)} = (أ)$$

$$u^{(\frac{1}{2})} = (هـ)$$

$$u^{(2-)} = (د)$$

مثال:

إذا كان $u^{(s)} = [s - 3]$ ، جد ما يلي:

$$u^{(3-)} = (ب)$$

$$u^{(\frac{1}{2})} = (أ)$$

$$u^{(\frac{1}{3})} = (د)$$

$$u^{(1-)} = (ج)$$

تدريب:

إذا كان $u^{(s)} = \left[\frac{3}{2} + s \frac{1}{3} \right]$ ، جد ما يلي:

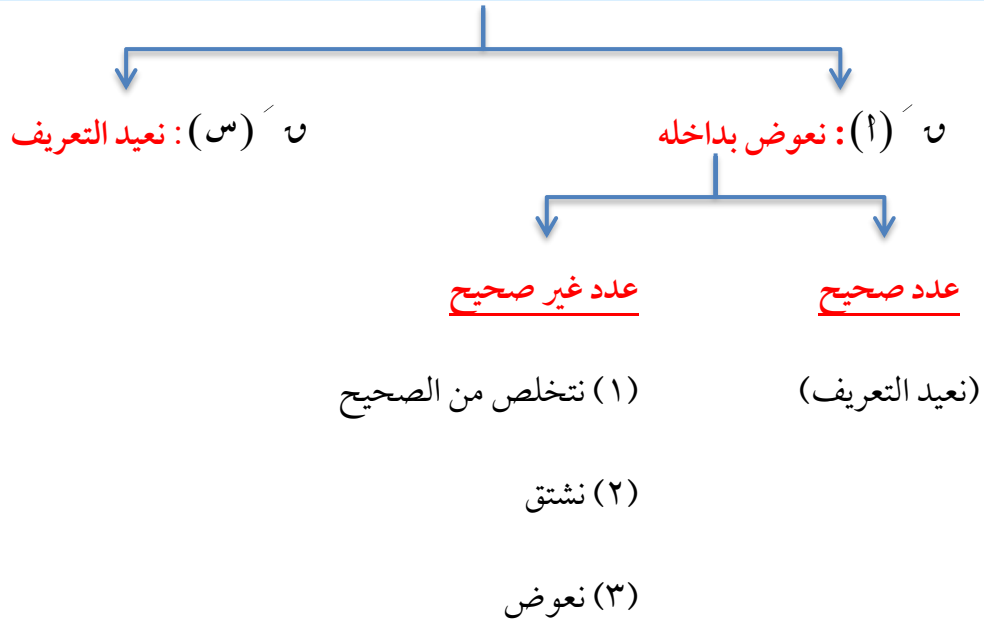
$$u^{(1-)} = (2)$$

$$u^{(\frac{3}{2})} = (1)$$

$$u^{(\frac{3-}{2})} = (4)$$

$$u^{(0-)} = (3)$$

مشتقة أكبر عدد صحيح مع اقتران آخر



مثال:

إذا كان $n(s) = \frac{\left[1 + \frac{s}{2}\right]}{1+s}$ ، جد ما يلي:

- (أ) ن (١) (ب) ن (١-) (ج) ن (٠) (د) ن (٣)

الحل:

مثال:

$$u(s) = (s) [1 + s] = s, \quad s \in [0, 2] \quad \text{جد } u'(s)$$

مثال:

$$u(s) = (s) |s| = \left[\frac{s}{2} \right] + s^2$$

$$\text{جد } u'(5)$$

مثال:

$$u(s) = (s) [3 + s] - [5 + s] + s^2$$

$$\text{جد } u'(2)$$

$$u(s) = (s) \frac{|7 + s|}{\left[4 - s \frac{1}{2} \right]} \quad \text{جد } u'(1)$$

$$u(s) = (s) [7 + s] - [2 + s] + |2s|$$

$$\text{جد } u'(-3)$$

إذا كان $u = (s) \quad s^2$ ، $h = (s) = [s^2]$ ،

جد ما يلي:

$$(1) \quad u = (1) \quad (2) \quad h = (1)$$

$$(3) \quad (u \times h) = (s) \quad (4) \quad (u \times h) = (1)$$

$u = (s) = [s]$ ، $s \in [0, 2\pi]$ ، $u = (s)$ جد

المشتقات العليا:

مثال:

إذا كان $u = (s) \quad s^5 + s^4 - 1$

جد: $u = (s)^{(5)}$ ، $u = (s)^{(4)}$ ، $u = (s)^{(3)}$

مثال:

إذا كان $u(s) = s^4 + s^3 + s^2 + s + 5$ وكان $u^{(3)}(2) = 18$ ، جد قيمة a .

مثال:

إذا كان $u(s) = s^3$ وكان $u^{(3)}(2) = 24$ ، جد قيمة n .إذا كان $u(s)$ كثير حدود وكان $u(s) + u'(s) = s^2 - s^3$ جد $u''(1)$. $u(s) = s^3$ ، $u^{(3)}(2) = 24$ جد قيمة a .

إذا كان u (س) كثير حدود وكان u (س) + u (س) = $s^2 - s^3$ ، جد u (١).

إذا كان u (س) كثير حدود من الدرجة الثانية، وكان u (٠) = ٣، u (١) = ٤، u (٢) = ٥، جد قاعدة الاقتران.

إذا كان $v = \frac{s}{s+1}$ ، $s \neq -1$ أثبت أن
 $2v^2 + sv = \text{صفر}$

إذا كان $v = \frac{1}{s}$ ، $s \neq 0$ ، أثبت أن
 $s^2v^2 + sv = v$

الدرس الثالث: مشتقات الاقترانات المثلثية

$u(s)$	$u'(s)$	$u(s)$	$u'(s)$
جاس	قاس	جتاس	قاس
جتاس	قتاس	-جاس	قتاس
ظاس	ظتاس	قاس ²	-قتاس ²

$$u(s) = \frac{s^2}{\text{جتاس}}, \text{ جد } u'(s), u'(\pi)$$

$$u(s) = s \text{ جاس}, \text{ جد } u'(s), u'\left(\frac{\pi}{2}\right)$$

$$u(s) = \text{ظاس جتاس} + s^2, \text{ جد } u'(\pi)$$

$$u(s) = \text{قاس} + \text{ظاس}, \text{ جد } u'(s), u'\left(\frac{\pi}{4}\right)$$

ص (س)	ص (س)
جتا () $\times$ مشتقة الزاوية	جا ()
- جتا () $\times$ مشتقة الزاوية	جتا ()
قا ² () $\times$ مشتقة الزاوية	ظا ()
قتا ² () $\times$ مشتقة الزاوية	ظتا ()
قا () ظا () $\times$ مشتقة الزاوية	قا ()
- قتا () ظتا () $\times$ مشتقة الزاوية	قتا ()

مثال:

جد ص (س) لكل مما يلي:

$$(3) \text{ ظا } (س^2 + 1)$$

$$\text{ظا } (س - 1)$$

$$\text{ظا } \left(\frac{س^7}{س^2 + 1} \right)$$

$$(4) \text{ قا } (س + 1)$$

$$\text{قا } (س^7 + 1)$$

$$\text{قا } س$$

$$(1) \text{ جا } (س^2 + 3)$$

$$\text{جا } (س + 1)$$

$$\text{جا } \left(\frac{س^2 + 1}{س^3 + 3} \right)$$

$$(2) \text{ جتا } (س^2 + 1)$$

$$\text{جتا } (س - 1)$$

$$\text{جتا } \left(\frac{س^2 + 7}{س + 1} \right)$$

$$(9) \quad u(s) = \text{ظا}(جاس)$$

$$= u'(s)$$

$$(10) \quad u(s) = \text{قا}(جتاس)$$

$$= u'(s)$$

$$(11) \quad u(s) = (جاس + جتاس)^{\circ}$$

$$= u'(s)$$

$$(12) \quad u(s) = (جاس + جتاس)^{\frac{9}{2}}$$

$$= u'(s)$$

$$(13) \quad u(s) = \sqrt{جاس + جتاس}$$

$$= u'(s)$$

$$(14) \quad u(s) = \sqrt{جاس^2 + جاس^3 + قاس}$$

$$= u'(s)$$

$$(5) \quad \text{ظتا}(س^{\vee} + 1)$$

$$\text{ظتا}(س - 1 - 7س)$$

$$\text{ظتا}\left(\frac{س^2 + 1}{س^{\vee} + 2}\right)$$

$$(6) \quad \text{قتا}(س + 1 - 7س)$$

$$\text{قتا}(س^2 + 1)$$

$$\text{قتا} هس$$

$$(7) \quad u(s) = \text{جتا}(س + جاس)$$

$$= u'(s)$$

$$(8) \quad u(s) = \text{ظا}(جاس + س^2)$$

$$= u'(s)$$

إذا كان $v = \text{قتاس طتاس}$ أثبت أن

$$v' = \text{قتاس} - 2 \text{ قتا}^3 \text{ س}$$

إذا كان $v = 1 \text{ جاس} + 2 \text{ جتاس}$ أثبت أن

$$v' = 0 \text{ صفر}$$

ن (س) = جاس - $\frac{1}{4}$ س ، $s \in [0, \pi/2]$ ، جد قيم
س التي تجعل ن (س) = صفر.

إذا كان ن (س) = قتاس + طتاس أثبت أن

$$n'(s) = \frac{1}{1 - \text{جتاس}}$$

جد قيم س في الفترة $[\pi/2, \pi]$ التي تجعل ن (س) = صفر في كل مما يلي:

(ب) ن (س) = قاس

(أ) ن (س) = س + جتاس

$$\text{إذا كان } v = \text{ظا}^2 s, \text{ جد } \frac{ds}{ds}.$$

$$\text{إذا كان } v = (qas + \text{ظاس})^2 \text{ جد } \frac{ds}{ds}.$$

$$v = \text{جا}^3 (٤s), \text{ جد } \frac{ds}{ds} \text{ عند } s = \frac{\pi}{12}$$

$$\text{إذا كان } v = \text{جتا}^3 (s^2 - 1), \text{ جد } v'.$$

$$v = \text{جا}^2 (\text{ظا} (s^2 + s))$$

$$v = \text{جا} (\text{ظا}^2 s), \text{ جد } \frac{ds}{ds}.$$

إذا علمت أن $v = (qas + \hat{q})$ ، أثبت أن $v' = 2vqas$.

إذا كان $v = ja^s$ ، أثبت أن $v' + 6v = 12ja^s$

$v = \hat{q}a^s$ ، أثبت أن $v' = 2(1+v)(3+v)$.

إذا كان $v = \hat{q}a^s + \frac{1}{3}\hat{q}a^s$ ، أثبت أن $v' = \hat{q}a^s$.

الدرس الرابع: قاعدة لوبيتال ومشتقة الاقتران الاسي واللوغاريتمي

إذا كان $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{0}$ أو $\frac{\infty}{\infty}$ فإن نقوم باشتقاق كل من البسط والمقام كل لوحده ثم نعوض:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \frac{f'(a)}{g'(a)}$$

(٢) جد $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{x^2}$ باستخدام لوبيتال.

(١) جد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x}$ باستخدام لوبيتال.

(٤) جد $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2-4}{x-2}$

(٣) جد $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$

$$(٥) \text{ نها } \frac{\text{جاس} - \text{جناس}}{\frac{\pi}{4} - \text{س}} \quad \text{س} \leftarrow \frac{\pi}{4}$$

$$\text{جد نها } \frac{\text{س} \text{ (١)} - \text{س} \text{ (س)}}{\text{س} - ١}$$

$$\text{علماً أن } \text{س} \text{ (١)}' = ٣, \text{س} \text{ (١)} = ٦$$

باستخدام لوبيتال.

اثبت باستخدام لوبيتال أن:

$$\text{نها } \frac{\text{س} \text{ (١)} - \text{س} \text{ (س)}}{\text{س} - ١} = \frac{\text{س} \text{ (١)} - \text{س} \text{ (س)}}{\text{س} - ١}$$

مشتقة الاقتران الاسي

إذا كان $v = h^s$ فأن: $v' = h^s$.

إذا كان $v = h^{(s)}$ فأن: $v' = h^{(s)} \times (s)$

مثال:

جد مشتقة كل مما يلي:

$$(1) \quad v = s^3 h^s + s^2 h$$

$$(2) \quad v = (s) h^s = s^3 h^s + s^2 h$$

$$(3) \quad (h^s - s^2)(h^s + s^2) = (s)$$

$$(4) \quad (h^s - s^3)(h^s - s^3) = (s)$$

$$(5) \quad (h^s)^2 + h^s + (h^s)^2 = (s)$$

$$(6) \quad \frac{s^2 h^s + s^5}{s^2} = v$$

مشتقة الاقتران اللوغاريتمي

إذا كان $v = \log_u u$ فأن: $v' = \frac{1}{u}$.

إذا كان $v = \log_u (u^s)$ فأن: $v' = \frac{u^s (s)}{u^s}$.

مثال:

جد مشتقة كل مما يلي:

$$(2) \quad v = (s) = \log_u u^6 + \log_u u^8 + \log_u u^{10}$$

$$(1) \quad v = (s) = s + \log_u u^{1+2}$$

$$(4) \quad v = (s) = \log_u u^2 + s^2 \log_u u + 1$$

$$(3) \quad v = (s) = \log_u u^2 + \log_u u^{2s}$$

$$(5) \text{ هـ (س)} = \text{لـ} \left(\frac{1 + \text{س}^2}{\text{جاس}} \right)^{\circ}$$

$$(7) \text{ و (س)} = \text{لـ} \text{س}^2 \text{ هـ}^3$$

$$(6) \text{ و (س)} = \text{لـ} \frac{(1 + \text{س})^{\circ} (\text{س} - 3)^8}{\text{س}^9}$$

$$(9) \text{ و (س)} = \frac{\text{س}}{\text{لـ} \text{س}}$$

$$(8) \text{ و (س)} = \text{لـ} \text{لـ}^{\text{س}}$$

نهایات على شكل مشتقة

تذكر أن:

$$\frac{u'(1) - (u(1))'}{1 - s} \text{ نها } = (1)'' \text{ نها}$$

$$\frac{u'(1) - (u(1))'}{1 - s} \text{ نها } = (1)'' \text{ نها}$$

$$\frac{u'(1) - (u(1))'}{1 - s} \text{ نها } = (1)' \text{ نها}$$

$$\frac{u'(1) - (u(1))'}{h} \text{ نها } = (1)' \text{ نها}$$

مثال:

$$\frac{1}{s} = (s) \text{ نها إذا كان}$$

$$\frac{u'(2) - (u(2))'}{h} \text{ نها فأن نها}$$

مثال:

$$4 + s = (s) \text{ نها إذا كان}$$

$$\frac{u'(2) - (u(2))'}{2 - s} \text{ نها فأن نها}$$

مثال:

إذا كان $u = (2)^h$ ، جد كل ممالي:

$$(1) \quad \text{نہا} \quad \frac{u - (s)u}{s - 2} \quad \leftarrow s$$

$$(2) \quad \text{نہا} \quad \frac{u - (h+2)u}{h} \quad \leftarrow s$$

$$(3) \quad \text{نہا} \quad \frac{u - (h^3 + 2)u}{h^4} \quad \leftarrow s$$

$$(4) \quad \text{نہا} \quad \frac{h^5}{u - (h+2)u} \quad \leftarrow s$$

$$(5) \quad \text{نہا} \quad \frac{h^5 -}{u - (2)u - (h^2 + 2)u} \quad \leftarrow s$$

$$(6) \quad \text{نہا} \quad \frac{u - (h^3 + 2)u - (h^5 + 2)u}{h} \quad \leftarrow s$$

مثال:

إذا كان $u = (3)'$ ، جد ما يلي:

$$(1) \quad \text{نہا} \quad \frac{u - (3)u}{3 - s}$$

$$(2) \quad \text{نہا} \quad \frac{u - (3)u}{3 - s}$$

$$(3) \quad \text{نہا} \quad \frac{u - (s)u}{27 - 3s}$$

$$(4) \quad \text{نہا} \quad \frac{7h}{(3)u - (h2 + 3)u}$$

$$(5) \quad \text{نہا} \quad \frac{u - (h + 3)u}{h}$$

مثال:

إذا كان $u = (2)'$ ، جد ما يلي:

$$(1) \text{ نها } \frac{u^2 - 4}{u - (2)} \text{ مع } u \leftarrow 2$$

$$(2) \text{ نها } \frac{u^3 - 8}{u - (2)} \text{ مع } u \leftarrow 2$$

مثال:

إذا كان $u = (2)'$ ، $v = (2)''$ ، $w = 5$ ، جد ما يلي:

$$(1) \text{ نها } \frac{u' - (2u)}{u - 1} \text{ مع } u \leftarrow 2$$

$$(2) \text{ نها } \frac{u' - \left(\frac{5 - 4}{2}\right)'}{u} \text{ مع } u \leftarrow 2$$

تدريب:

$$(1) \text{ و (س) هـ} = \text{و (س) هـ} + \text{و (س) هـ}^{1+2}, \text{ جد و (و)'.}$$

الجواب: ١

$$(2) \text{ إذا كان و (س) هـ} = \text{و (س) هـ}^2 - \text{و (س) هـ}^3 \text{ فأنا نها} \frac{\text{و (و) هـ} - (\text{و (و) هـ} + 1) \text{ و (و) هـ}}{\text{و (و) هـ}}.$$

الجواب: ١ -

$$(3) \text{ نها} \frac{\text{و (و) هـ}^2 \text{ جا}^2 \text{ و (و) هـ}^4}{\text{و (و) هـ}^2 \text{ جا}^2 \text{ و (و) هـ}^4}, \text{ الجواب: ٨}$$

$$(4) \text{ نها} \frac{\text{و (و) هـ}^4 - \text{و (و) هـ}^4 \text{ جا}^2 \text{ و (و) هـ}^4}{\text{و (و) هـ}^4 \text{ جا}^2 \text{ و (و) هـ}^4}, \text{ الجواب: ٢}$$

$$(5) \text{ إذا كان و (و) هـ} = \text{و (و) هـ}^{3-2} - \text{و (و) هـ}^{3-2} \text{ (و (و) هـ}^3 + \text{و (و) هـ}^4) \text{ جد} \frac{\text{و (و) هـ}^5}{\text{و (و) هـ}^5} \text{ عند و (و) هـ} = 1.$$

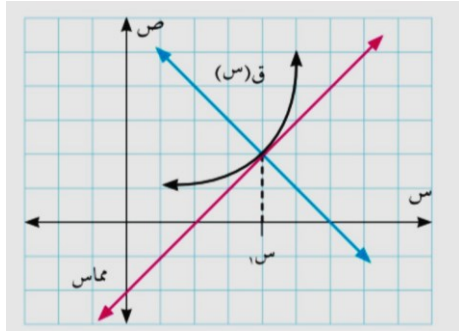
الجواب: و (و) هـ}^3 - ٥

الدرس الخامس: تطبيقات هندسية وفيزيائية

أولاً: تطبيقات هندسية

المماس: هو مستقيم يمس منحنى الاقتران $U(s)$ عند النقطة (s_1, v_1) والتي تسمى نقطة التماس.

العامودي على المماس: هو مستقيم يعامد المماس عند نقطة التماس (عند النقطة نفسها (s_1, v_1)).



$$* \text{ ميل المماس } (2) = U'(s_1)$$

$$\frac{v_1 - v_2}{s_1 - s_2} = \frac{\Delta v}{\Delta s} = \text{ظاه}$$

*** معادلة المماس:** $v - v_1 = U'(s_1)(s - s_1)$ حيث (s_1, v_1) هي نقطة التماس، (م) هو ميل المماس.

$$* \text{ معادلة العامودي على المماس: } v - v_1 = -\frac{1}{U'(s_1)}(s - s_1)$$

ملاحظة: لإيجاد معادلة المماس أو العامودي يجب أن يعطي في السؤال واحدة على الأقل مما يلي:

أما s_1 أو v_1 أو ميل المماس (م)، ونحن نقوم بإيجاد بقية عناصر المعادلة.

أمثلة:

(٤) جد معادلة المماس والعامودي على المماس للاقتران

$$U(s) = s^3 - 6s, \text{ عند } v = 2.$$

(١) جد معادلة المماس للاقتران

$$U(s) = 2s^2 - 3s + 3, \text{ عند } s = 1$$

(٥) جد معادلة المماس لمنحنى

$$٧ (س) = س^٢ - ٣س، \text{عند } ص = ٤$$

(٢) جد معادلة المماس للاقتزان

$$٧ (س) = س^٣ + ٥، \text{عند } س = ١$$

(٦) جد معادلة المماس للاقتزان

$$٧ (س) = \frac{١}{س}، \text{إذا كان ميله يساوي } -٤$$

(٣) جد معادلة المماس للاقتزان

$$٧ (س) = \sqrt{س}، \text{عند } س = ٤$$

(٧) جد معادلة المماس لمنحنى $س - ص = ٩$ عند

النقطة (٣، ٤)

(٨) جد معادلة العامودي على المماس للاقتزان

$$٧ (س) = ٣ - ط^٢ س \text{ عند } س = \frac{\pi}{٤}$$

(٩) جد معادلة المماس للاقتران

$$٧ (س) = \frac{س^٢}{س_هـ} \text{ عند } س = ١.$$

(١٠) جد معادلة العامودي على المماس للاقتران

$$٧ (س) = س ل_س ، \text{ عند } س = هـ.$$

(١١) جد معادلة المماس والعامودي للاقتران $٧ (س) = س^٣ - س^٢ - ٢س$ والذي يصنع زاوية مقدارها $\frac{\pi^٣}{٤}$ مع محور السينات الموجب.

ملاحظات ودلالات ومفاتيح الحل:

(١) التقاطع:

(أ) يقطع محور السينات $\leftarrow س_١ = \text{صفر}.$

(ب) يقطع محور الصادات $\leftarrow س_١ = \text{صفر}.$

(ج) اقتران يقطع اقتران $\leftarrow$ نساوهم ببعض

$$٧ (س) = هـ (س).$$

(٢) التوازي:

(أ) المماس يوازي المستقيم:

ميل المماس = ميل المستقيم

(ب) المماس الافقي $\leftarrow م = \text{صفر}$

(ج) المماس يوازي محور السينات $\leftarrow م = \text{صفر}$

ومعادلة المماس هي $ص = س_١$

(د) المماس يوازي محور الصادات $م = \text{غير معرف}$ ،

ومعادلة المماس هي $س = س_١$

(٣) التعامد: -

$$(أ) \text{ ميل المماس} \times \text{ميل العامودي} = 1 -$$

$$1 - = m \times m$$

(ب) المماس يعامل المستقيم ل

$$\leftarrow \text{ميل المماس} \times \text{ميل المستقيم} = 1 -$$

(ج) العامودي على المماس يوازي الصادات $\leftarrow$ ميل

المماس = صفر

(٤) المستقيم يمس / مماساً

$$(أ) \text{ الصورة} = \text{الصورة}$$

$$(ب) \text{ المشتقة} = \text{المشتقة}$$

$$u'(s) = v'$$

(تكون في أسئلة إيجاد الثوابت)

(٢) جد معادلة المماس لمنحنى $u(s) = \sqrt{s^2 + 4}$ والذي يوازي المستقيم $v - s = 5$

(١) جد معادلة المماس لمنحنى

$$u(s) = \sqrt{s^2 + s + 1} \text{ عندما يقطع}$$

المنحنى محاور الصادات.

(٤) جد معادلة المماس الأفقي لمنحنى

$$u(s) = \sqrt{s-1}$$

(٣) جد معادلة المماس لمنحنى $u(s) = \frac{1}{s}$

بحيث يكون عامودياً على المستقيم ص ٢ - ٤ = ٣

(٦) جد معادلة المماس لمنحنى ق (س) = $s^2 - 6s + 7$

عند تقاطعه مع المستقيم ص ٣ - ١ = ٠

(٥) جد معادلة المماس الافقي لمنحنى الاقتران

$$u(s) = s^2 \text{ حيث } s \in [\pi, 0]$$

(٨) جد معادلة المماسات لمنحنى $Q(s) = s^2$

عند نقاط تقاطعه مع المستقيم $ص = s$.

(٧) جد معادلة المماس لمنحنى $Q(s) = s^2 - 4$ عند

تقاطعه مع $هـ(s) = s^2 + 2$

(١٠) إذا كان المستقيم $ص = -s^3 + ج$ يمس منحنى

الاقتران $Q(s) = -s^2 + 5s + 1$ ، جد نقطة

/ نقاط التماس.

(٩) بين أن المماسين لمنحنى $Q(s) = \frac{1}{s}$ ،

$هـ(s) = s$ متعامدين عند نقط تقاطعهما.

- (١١) إذا كان المستقيم $ص = ج س + ٥$ يمس منحنى
الاقتران $ق(س) = أ س^٣ + ب س^٢$ عند النقطة
(١-، ٣-)، جد أ، ب، جـ.
- (١٢) إذا كان المستقيم $أ س + ٣ ص = ٣$ يمس منحنى
الاقتران $ق(س) = ٤ س^٢ + ٢ س + ب$ عند النقطة
(١، ق(١))، جد أ، ب.

- (١٣) جد قيمة أ التي تجعل المستقيم $س = \frac{ص}{٤}$ مماساً
للاقتران $ق(س) = س^٢ + أ$.
- (١٤) إذا كان المستقيم $٨ س - ٤ ص + ج = ٠$ يمس
ق(س) $= \frac{٣}{٢} س - \frac{٨}{١٢} س$ ، $٠ < س$ ، جد قيمة جـ.

(١٥) إذا كان المستقيم $s = أ - ٦ ص$ يمس منحنى

$$٧(س) = \frac{س^٣}{٢ - س}, \text{ جد قيمة / قيم أ.}$$

(١٦) ق(س) = $س^٢ + أس + أ$ ، يمس محور السينات

جد قيمة أ، $أ < ٠$

(١٧) ق(س) = $س^٢ - أس + أ - ١$ ، يمس محور

السينات، جد قيمة أ.

(١٨) إذا كان المستقيم المار بالنقطتين $(٠, ٢)$ ،

$(٢, ٦)$ يمس منحنى الاقتران

ق(س) = $س^٢ + ٢س - ١$ جد قيمة ب.

فكرة النقطة الخارجية:

إذا طلب معادلة المماس حيث أن نقطة التماس مجهولة وعُلمت نقطة على المماس (نقطة خارجية) فأن: -

$$\frac{v - v_1}{s - s_1} = (s)' \leftarrow \frac{v}{s} = (s)'$$

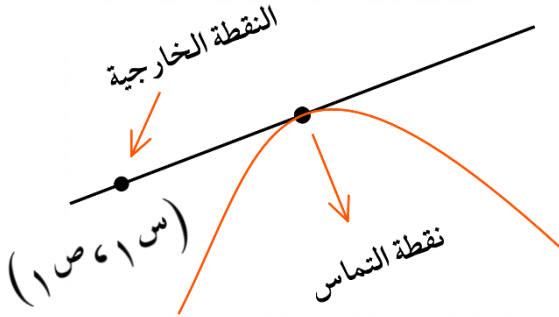
حيث (s_1, v_1) هي النقطة الخارجية

إذا طلب معادلة العامودي على المماس فأن: -

$$\frac{v - v_1}{s - s_1} = \frac{1 -}{(s)'} \leftarrow \frac{v}{s} = \frac{1 -}{(s)'}$$

مثال (١):

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $v = (s)$ والذي يمر بالنقطة $(2, 3)$.



مثال (٣):

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران

$$u(s) = s^3 - 2s \text{ والذي يمر بالنقطة } (0, -16).$$

مثال (٢):

جد معادلة العامودي على المماس لمنحنى

$$u(s) = \frac{1}{s} \text{ والذي يمر بالنقطة } (0, 0)$$

مثال (٤):

جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $u(s) = \frac{1}{s-2}$ إذا كان العامودي على المماس يمر بالنقطة $(2, 0)$.

فكرة مساحة المثلث: -

لحساب مساحة المثلث في أي سؤال يجب الحصوص على احداثيات رؤوس المثلث الثلاث.

وذلك عن طريق حل ٣ معادلات ببعضها يتم ذكرها بالسؤال.

- | | |
|---|--|
| (١) جد مساحة المثلث المكون من المحورين
الاحداثين والمماس لمنحنى الاقتران
ق(س) = ٦س - ٣س ^٢ عند س = ٢. | (٢) جد مساحة المثلث المكون من المماس والعامودي
على المماس لمنحنى الاقتران $v(s) = \sqrt{s}$
عند النقطة (٤, ٢) ومحور السينات. |
|---|--|

(٣) جد مساحة المثلث المكون من المماس المرسوم من النقطة $(١, ٠)$ لمنحنى $ق(س) = س^٣ + ٣$ والعامودي على المماس عند نقطة التماس والمستقيم $ص = -٢$.

(٤) جد مساحة المثلث المكون من المماس لمنحنى $ق(س) = س^٢$ عند $س = ٢$ ومحور السينات والمستقيم $س = ٣$.

(٥) جد مساحة المثلث المكون من المماس لمنحنى الاقتران $v(s) = \frac{1}{s}$ والعامودي على المماس عند $s=1$ ومحور
الصادات.

(٦) احسب مساحة المثلث المكون من مماس المنحنى $v = \frac{1}{s}$ عند النقطة $(1, \frac{1}{2})$ ومحوري السينات
والصادات.

ثانياً: تطبيقات فيزيائية: -

ف (ن) ف (ن) ع (ن) ع (ن) ت (ف)

تعريف:

السرعة اللحظية (ع) عند الزمن ن هي $ع(ن) = \frac{د ف}{د ن}$ التسارع اللحظي (ت) عند الزمن ن هو $ت(ن) = \frac{د ع}{د ن} = \frac{د^2 ف}{د ن^2}$

دلالات وكلمات مفتاحية: -

(١) أقصى ارتفاع ← السرعة = صفر

(٢) سرعة ابتدائية أو المسافة الابتدائية ← الزمن = صفر

(٣) الجسم يسير بسرعة ثابتة ← التسارع = صفر

(٤) عندما يعكس الجسم اتجاه حركته ← السرعة = صفر

(٥) المسافة المقطوعة خلال ن من الثواني: -

المسافة المقطوعة = ٢ × أقصى ارتفاع - ف (ن)

(٦) طول البرج = أقصى ارتفاع عن سطح الأرض - أقصى ارتفاع عن البرج.

مثال (١):

يتحرك جسم حسب العلاقة ف(ن) = ن^٣ - ٩ ن^٢ + ٧ ن، جد: -

(١) السرعة المتوسطة خلال الفترة [١, ٣] (٢) تسارع الجسم عندما يعكس من اتجاه حركته.

مثال (٢):

قذف جسم رأسياً إلى أعلى من نقطة على سطح الأرض، بحيث بعده عن سطح الأرض يعطى بالعلاقة

$$f(n) = 20n - 5n^2, \text{ جد ما يلي: -}$$

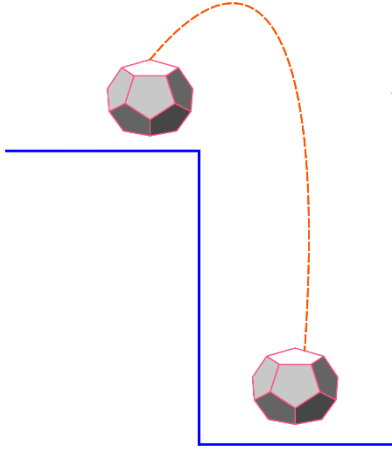
(١) أقصى ارتفاع يصله الجسم.

(٢) سرعة الجسم وهو على ارتفاع ١٥ م من سطح الأرض.

(٣) المسافة التي قطعها الجسم خلال الثواني الأربعة الأولى.

مثال (٣):

قذف جسم رأسياً إلى أعلى من قمة برج بحيث أن ارتفاعه عن البرج يعطى بالعلاقة $f(t) = 30t - 5t^2$ ، جد ما يلي: -



(١) ارتفاع البرج إذا كان أقصى ارتفاع للجسم عن سطح الأرض يساوي ١٨٠ م.

(٢) سرعة ارتطام الجسم بسطح الأرض.

(٣) المسافة الكلية خلال الثواني السبعة الأولى.

مثال (٤):

قذف جسم رأسياً لأعلى حسب العلاقة $v = 40 - 5t^2$ ، جد سرعة الجسم عندما تكون المسافة الكلية المقطوعة تساوي ١٠٠ م.

مثال (٥):

قذف جسم رأسياً لأعلى حسب العلاقة $v = 30 - 5t^2$ ، جد ما يلي :-
 (١) أقصى ارتفاع يصله الجسم.
 (٢) سرعة الجسم وهو نازل عندما يكون على ارتفاع ٤٠ م.

تدريب:

(١) قذف جسم رأسياً من قمة برج وفق العلاقة $f(t) = 60 - 5t^2$ وكان أقصى ارتفاع يصل إليه الجسم عن سطح الأرض = ١٩٥ م.

(١) جد ارتفاع البرج. (٢) سرعة الجسم عندما يكون على ارتفاع ٩٩ متر من سطح الأرض.

الجواب: (١) ٤٥ م.

(٢) ٤٨ م/ث، ٤٨ م/ث

(٢) قذف جسم رأسياً من أعلى من نقطة على سطح الأرض وكان يعطى بالعلاقة $f(t) = 5t^2 - 40t + 80$ ، وكان أقصى ارتفاع وصل إليه الجسم هو (٨٠ م)، جد ما يلي: -

(١) قيمة أ. (٢) سرعة الجسم لحظة وصوله سطح الأرض.

الجواب: (١) أ = ٤٠.

(٢) ٤٠ م/ث

تعاريف

(١) جد $\frac{د}{س}$ عندما $س = ١$ لكل مما يأتي:

(ب) $ص = س^٢$ ق $\frac{\pi}{س}$ ، $س \neq ٠$.

(أ) $ص = (١ + س + س^٢)^{-٣}$

(د) $ص = ظا\left(\frac{\pi}{س}\right) + جتا^٢(س\pi)$ ، $س \neq ٠$.

(ج) $ص = ٥ع^٢ - ٧ع$ ، $\frac{١}{س^٢ + ١} = ع$

(هـ) $ص = (لو ه س)^٣$ ، $س < ٠$.

(٢) إذا كان $ص(س) = \frac{لو ه(س)}{س^٢}$ ، وكان $ه(١) = ٢$ ، $ه' = ٢$ ، $ه(١) = ٢$ ، فجد $ص(١)$.

(٣) جد مشتقة كل من الاقترانات الآتية:

(ب) $ع(س) = لو(س^٣ - س^٢)$ ، $س < ٣$.

(أ) $ص(س) = ه(س^٢ + س)$

$م(٢)$	$م(٢)$	$م(٢)$
١	١-	٥

(٤) إذا كان $ص(س) = س^٢(١ + س)$ اعتمد على الجدول المجاور في إيجاد $ص(١)$.(٥) إذا كان $ص = س^٣ - (س) - (س^٣)$ ، جد $\frac{د}{دس}$ عندما $س = ٢$ علماً بأن $ص(٢) = ١$ ، $ص(٢) = ٢-$ ، $ص(٨) = ٢$.(٦) إذا كان $ص = ه^٢ + ٥ه$ ، وكانت $ه = ٢$ ، جد $\frac{د}{دس}$ $|_{ه=١}$.(٧) إذا كان $ص(س) = س + \frac{١}{س}$ ، $س \neq ٠$ ، $ه(س) = جتا س$ ، أثبت أن: $ص(س) = جتا س$ ق $س^٢$.(٨) جد: (أ) نهيا $\frac{ظا(٢س + ه) - ظا٢س}{ه}$.(ب) نهيا $\frac{ص(١ + ه٣) - ص(١ - ه٣)}{ه١٠}$ ، علماً بأن $ص(١) = ٢-$.(ج) إذا كان $ص(٢) = ٣$ ، $ص(٢) = ٥$ ، جد نهيا $\frac{ص(٢) - ص(٢س)}{س - ١}$.

الدرس السادس: قاعدة السلسلة

تذكر أن:

$$((s)h)u = (s)(hu)$$

$$((s)u)h = (s)(uh)$$

$$\text{وأن } (s)(uh) \neq (s)(hu)$$

مثال:

إذا كانت $u(s) = \sqrt{s+1}$ ، $h(s) = \sin s$ ، جد ما يلي:

$$(1) \quad (hu)(s) =$$

$$(2) \quad (uh)(s) =$$

$$(3) \quad (hu)'(s) =$$

$$(4) \quad (uh)'(s) =$$

قاعدة

$$(1) \quad (hu)'(s) = h'(s)u(s) + h(s)u'(s)$$

$$(2) \quad (uh)'(s) = u'(s)h(s) + u(s)h'(s)$$

$$(3) \quad (hu)'(1) = h'(1)u(1) + h(1)u'(1)$$

$$(4) \quad (uh)'(1) = u'(1)h(1) + u(1)h'(1)$$

مثال:

إذا كان $u = (s) = s^3 + s$ ، $h = (s) = s^2$ ، جد ما يلي:

$$(4) \quad (h \circ h)'(s)$$

$$(1) \quad (h \circ h)'(s)$$

$$(5) \quad (h \circ h)'(s)$$

$$(2) \quad (h \circ h)'(s)$$

$$(6) \quad (h \circ h)'(s)$$

$$(3) \quad (h \circ h)'(s)$$

مثال:

إذا كان $u(s) = \sqrt{s+1}$ ، $h(s) = s^3$ وكان $(h \circ u)'(3) = 12$ ، جد قيمة الثابت a .

الجواب: $a = 4$

مثال:

إذا كان $u(s) = \frac{1}{s^2+1}$ ، $h(s) = \tan s$ ، أثبت أن $(h \circ u)'(s) = 1$.

مثال:

إذا كان $u(s) = s^3 + s^2$ ، $h(s) = s^2$ جد $(h \circ u)'(1)$.

الجواب: ١٢

مثال:

إذا كان $u(s) = s^3 - 2$ ، فما قيمة $(u'u)(1)$:

مثال:

إذا كان $u(s) = |s|^2$ ، وكان $h(2) = 4$ ، $h(2) = 1$ ، جد $(u'h)(2)$.

مثال:

إذا كان $u(s) = s^3$ ، $h(2) = 3$ ، $h'(2) = 2$ ، $h''(2) = 5$ ، جد $(u''h)(2)$.

الجواب: ٢٠٧

قاعدة:

إذا كان $v = u((s))$ فإن $v' = u((s))' \times u^{1-u}((s))$.

مثال:

إذا كان $u((s)) = \left(\frac{1+s}{1-s}\right)^o$ ، جد $u'((2))$.

مثال:

$u((s)) = (s^3 + s^4)^6$ ، جد $u'((s))$.

مثال:

$u((s)) = (جاس + جئاس)^4$ ، جد $u'((\pi))$.

مثال:

$$u = (s) \quad , \quad v = \left(s^2 + \cos^2 s \right) \quad , \quad \text{جد } u' \left(\frac{\pi}{4} \right) .$$

مثال:

$$u = (s) \quad , \quad v = \frac{s^3}{(1 + s^2)^3} \quad , \quad \text{جد } u' (1) .$$

مثال:

$$v = \left(\cos^3 s \right) \quad , \quad u = \cos^3 s + 5 \quad , \quad \text{جد } \frac{dv}{ds} .$$

قاعدة السلسلة:

$$\text{إذا كان } v = u(e), \quad e = h(s) \text{ فإن } \frac{dv}{ds} = \frac{dv}{du} \times \frac{du}{ds}$$

$$v \leftarrow e \leftarrow s$$

للوصول للمتغير s لابد من المرور بالمتغير e فسميت بقاعدة السلسلة لان الوصول للمتغير المطلوب يكون بالتسلسل وليس بشكل مباشر.

مثال:

$$\text{إذا كان } v = e^2 - 5e, \quad e = \frac{1}{s+1} \text{ جد } \frac{dv}{ds} \text{ عندما } s = 0.$$

مثال:

$$\text{إذا كان } v = 3e^2 + 2, \quad e = s^2 + 4 \text{ جد } \frac{dv}{ds}.$$

مثال:

$$\text{إذا كان } ع = ص^2 + ص + 1, \quad ص = \frac{2}{س}, \quad \text{جد } \frac{دع}{دس}.$$

مثال:

$$\text{ص} = ع^2 + \frac{64}{ع}, \quad ع = س^3, \quad س = 4 + 21 \quad \text{جد } 1 \quad \text{إذا كان } \frac{دع}{دس} \Big|_{س=2} = 90.$$

مثال:

$$\text{ص} = ٧ + ٢٧, \quad \frac{دع}{دس} \Big|_{١=٧} = ٢, \quad \text{جد } \frac{دع}{دس} \Big|_{١=٧}.$$

مثال:

$$\text{ص} = \varepsilon^2 + \varepsilon^3, \quad \sqrt{3 + 2\varepsilon^2} = \varepsilon, \quad \text{جد } \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2} \text{ عند } \varepsilon = \frac{\pi}{4}$$

مثال:

$$\text{ص} = \left(\frac{1+\varepsilon}{1-\varepsilon} \right)^2, \quad \varepsilon = \varepsilon^2 + \varepsilon^3, \quad \text{جد } \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2} \text{ عند } \varepsilon = 1$$

تذكير

$$\text{ص} = \varepsilon (h(\varepsilon))$$

$$\text{فإن } \text{ص}' = \varepsilon' (h(\varepsilon))' \times h'(\varepsilon)$$

$$\text{ص} = \varepsilon (h(\varepsilon))^\sim$$

$$\text{فإن } \text{ص}' = \varepsilon' (h(\varepsilon))^\sim \times (h(\varepsilon))^{1-\sim}$$

$${}^2s^3 \times ({}^3s)' \cup \times ({}^3s)^3 \cup \leftarrow ({}^3s)^4 \cup$$

إذا كان $v = (s^2)$ ، $v = (9)' = 10$ ، $\text{جد } \frac{s}{s} = \text{عند } s = 3$.

إذا كان $v = s^2 \cup (s+1)$ وكان $v = (11)'$ ، $\gamma = (11) \cup$ ، $\delta = (11) \cup$ ، $\epsilon = \frac{s}{s+1}$ عندما $s = 2$.

مثال:

$$u(2s) = s^3 + 4s + 1, \text{ جد } u'(0).$$

مثال:

$$\text{إذا كان } u(5s) = s^3 + 1, \text{ جد } u'(5).$$

مثال:

$$u(2s+1) = s^3 + 2, \text{ جد } u'(3).$$

مثال:

إذا كان $v = (جاس)$ ، $u = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)'$ ، $ج د \frac{د}{دس} عند س = \frac{\pi}{6}$.

مثال:

إذا كان $v = (جاس) = قتا(س)$ ، $حيث س \in [0, \frac{\pi}{2}]$ ، $ج د \left(\frac{1}{2}\right)'$

مثال:

إذا كان $v = (جتاس) = جاس - جئاس$ ، $س \in [0, \pi]$ ، $ج د (.)'$.

مثال:

إذا كان $u = (s) = s^2 + s^3$ ، $h = (s) = s^3$ ، فإن $(u' h) = (1 - s)^2$.

مثال:

إذا كان $u = (s) = s^2 + s^3$ ، $h = (s) = s^2$ ، $(u' h) = (1 - s)^2$ ، جد قيمة الثابت a .

تعاريف

(١) جد النقطة / النقط على منحنى $U(s) = s^2 - 2s + 1$ التي يكون عندها المماس للمنحنى عمودياً على المستقيم $s + 2v - 4 = 0$ صفر.

(٢) جد معادلة المماس لمنحنى $U(s) = 3 - 2s^2$ عندما $s = \frac{\pi}{4}$.

(٣) إذا كان المماس لمنحنى $U(s) = \frac{s}{2}$ ، عندما $s = 2$ يقطع محوري السينات والصادات في النقطتين ب، جـ على الترتيب، جد مساحة المثلث م ب ج، حيث م نقطة الأصل.

(٤) إذا كان المستقيم $s = 1 - 6v$ يمس منحنى الاقتران $U(s) = \frac{s^3}{s-2}$ ، $s \neq 2$ ، جد قيم أ.

(٥) قذف جسم رأسياً إلى أعلى وفق العلاقة $v = 40 - 5t^2$ ، حيث v ارتفاعه بالأمتار، t بالثواني. جد سرعة الجسم عندما تكون المسافة الكلية المقطوعة ١٠٠ م.

(٦) من نقطة على سطح الأرض قذف جسم رأسياً إلى أعلى، وكان ارتفاعه v بالأمتار بعد t من الثواني يعطي بالعلاقة $v = 30 - 5t^2$ ، جد:

(أ) أقصى ارتفاع يصله الجسم.

(ب) سرعة الجسم وهو نازل عندما يكون على ارتفاع ٤٠ م.

الدرس السابع: الاشتقاق الضمني

تذكر أن:

الاقتران	مشتقته	الاقتران	مشتقته
ص	ص -	ص هـ	ص هـ × ص -
ص ^٢	٢ ص ص -	ص ^{١/٢}	ص ^{-١/٢}
ص ^٣	٣ ص ^٢ ص -	ص ^٢ س	س × ٢ ص ^٢ ص - + ص ^٢
ص ^٧	٧ ص ^٦ × ص -	ل ^{١/٣} ص هـ	ص ^{-٢/٣}

مثال (١):

إذا كان $s^2 + s^2 + 1 = x - s$ ، جد $\frac{ds}{dx}$ ، $\frac{ds}{dx} \Big|_{(1,1)}$.

مثال (٢):

س $s^2 + 5s^2 = s - 3$ ، جد $\frac{ds}{dx}$.

مثال (٣):

$$٣ص = جاس جتا ٢ص ، جد \frac{٥ص}{٥س} .$$

مثال (٤):

$$\sqrt{٣س + ص} = س^٢ + ٣ص - ٥ ، جد \frac{٥ص}{٥س} .$$

مثال (٥):

$$لوس ص^٢ = ٥س^٢ - ٤ص ، جد \frac{٥ص}{٥س} .$$

مثال (٦):

$$٤ص^٢ - جاص^٢ = س^٢, \text{ جد } \frac{دص}{دس}.$$

مثال (٧):

$$س^٣ + ص^٣ = ٦صس, \text{ جد } ص^- \text{ عند } (٣, ٣).$$

مثال (٨):

$$٣ = \frac{٢}{ص} + \frac{٤}{س}, \text{ جد } \frac{دص}{دس} \text{ عند } (٢, ٢).$$

مثال (٩):

جد $\frac{v^2}{s^2}$ لكل ممالي:

(أ) $4s^2 = 3v^2 + 16$

(ب) $2 + \sqrt{v} = \text{جاس}$

مثال (١٠):

إذا كان $v = e^3 + 1$ ، $s^2 = e^2 - 2$ ، جد $\frac{ds}{dv}$ عندما $e = 2$ ، $s < 0$.

مثال (١١):

$$\text{إذا كان } \frac{(1+s)^4 (2+s)^3}{(1+s^2)^3} = \text{جد } \frac{E}{S}.$$

مثال (١٢):

$$\text{إذا كان } 3s^2 + 3s = 18, \quad E = 5s - s^2 + 8, \quad \text{جد } \frac{E}{S} \text{ عندما } s = 6.$$

مثال (١٣):

إذا كان $u = (2)' = 6$ ، وكان $s^2 = u(2s)$ جد $\frac{ds}{ds}$ عند $(1, 2)$.

مثال (١٤):

$$h^{s^2+2s} + s^s h^s = (s^3 + 2)' \frac{ds}{ds} \Big|_{(0,0)}.$$

مثال (١٥):

$$(1+s)^3 = (2-s)^2, \text{ جد } \frac{ds}{ds} \text{ عند } s=3.$$

تطبيقات هندسية:

(١) جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة $(س + ص) = ٣ - ٣ص - ٢ = ٥$ ، $ص < ٠$ ، عند نقطة تقاطع منحناها مع المستقيم $س + ص = ٢$.

الجواب: $ص = -٢س + ٣$

(٢) جد النقط على منحنى العلاقة $٣ = \sqrt{س} + \sqrt{ص}$ ، التي يكون عندها المماس موازياً للمستقيم $ص + ٢س = ٥$

الجواب: $(١, ٤)$

(٣) جد معادلة المماس لمنحنى $س^٢ + ص^٢ = ٢٩$ ، عند نقطة تقاطع المنحنى مع المستقيم $ص = ٢س + ١$ ، $س < ٠$

الجواب: $ص - ٥ = \frac{٢-}{٥}(س - ٢)$

(٤) جد معادلة المماس والعامودي على المماس لمنحنى العلاقة $٧ص - ٢س - ٣ص + س + ٣ = ٥$ ، عند النقطة $(٤, ١)$.

المماس: $ص - ١ = \frac{٤٧-}{٥٠}(س - ٤)$.

العامودي: $ص - ١ = \frac{٥٠}{٤٧}(س - ٤)$

(٥) جد معادلة المماس لمنحنى العلاقة $ص^٢ + (س - ص) = ٩$ عند النقطة $(١, -٤)$ التي تقع على منحنى العلاقة.

الجواب: $ص + ١ = \frac{٦}{٧}(س - ١)$

(٦) جد معادلة المماس لمنحنى $ص^2 - ٦س = ٠$ ، إذا كانت معادلة العامودي $ص + س = ٩$.

الجواب: $ص = ٢ + س$.

(٧) اكتب معادلة المماس المرسوم من النقطة $(٠, ٥)$ ، لمنحنى العلاقة $ص^2 + س^2 = ٥$ ، $س < ٠$.

الجواب: $ص - س = ٥$.

(٨) بين أن المماس لمنحنى العلاقة $ص^2 = ٢س$ ليس $ص^2$ ، عندما $س = ١$ يكون أفقياً، $ص < ٠$.

تطبيقات فيزيائية:

(١) يتحرك جسم حسب العلاقة $x^2 = f^3$ ، احسب تسارع الجسم عندما تكون السرعة ٨ م/ث.

الجواب: $t = 24$ م/ث.

(٢) يتحرك جسم حسب العلاقة $x^2 = 6 - \frac{1}{f}$ ، إذا علمت أن تسارع الجسم يساوي ٩ م/ث في اللحظة التي تنعدم فيها السرعة، جد قيمة أ.

الجواب: $A = 2$

(٣) يتحرك جسم حسب العلاقة $x^2 = 1 - 2f^2$ ، جد تسارع الجسم عندما يكون في حالة سكون لحظي.

الجواب: $t = \frac{2-}{2\sqrt{}}$ م/ث

(٤) إذا كان $x = 1 - f$ حيث أ، ف $f < 0$ ، يمثل حركة جسم على خط مستقيم، إذا كان تسارع الجسم ٨ م/ث، جد قيمة الثابت أ.

الجواب: $A = 4$

الاثبات

(١) إذا كان $v = \text{جاس}$ ، أثبت أن $v^{\text{ج}} + v = \text{صفر}$

(٢) إذا كان $s = \text{جاص}$ ، أثبت أن $v^{\text{ج}} = \text{ظا ص}$ قا^٢ ص.

(٣) إذا كان $s = \text{جاس}$ ، أثبت أن $s^{\text{ج}} + v^{\text{ج}} + s^{\text{ج}} = ٠$.

(٤) إذا كان $s = \text{ظتا ص}$ ، أثبت أن $v^{\text{ج}} = -\text{ص جاص}$.

(٥) إذا كان $v = جاس + س$ ، أثبت أن $v'' + v = \frac{2v}{1-s}$.

(٦) إذا كان $v = \sqrt{4 + 3جاس}$ ، أثبت أن: $2v'' + 2(v')^2 + v^2 = 4$

(٧) إذا كان $s = v^2 + 1$ ، أثبت أن $v^3 + v'' = 1$ صفر

(٨) إذا كان $هـ^س \times هـ^ص = 1 + 1$ ، أثبت أن $صص - هـ^{س+ص}$

(٩) إذا كان $v = 3j - 4$ جاس، أثبت أن: $(v'')^2 + (v')^2 = 25$.

(١٠) إذا كان $v'' = h^s$ ، حيث $n, m, p, v < 0$ ، أثبت أن: $v'(\frac{p}{v}) = v$.

(١١) إذا كان $v - s = h^s$ ، أثبت أن: $\frac{v - 2s}{s - 1} = \frac{v'}{v}$.

(١٢) إذا كان $(s + v)^\circ = s^2 v^3$ ، أثبت أن: $\frac{v'}{s} = v'$.

(١٣) إذا كان $v = 1j - b$ جاس، أثبت أن: $v' + v'' = 1 + b^2$.

تعاريف

(١) جد $\frac{ds}{ds}$ لكل مما يأتي:

(ب) $v = \sqrt{3 - 12s}$

(أ) $s^3 + s^2 + s = 5$

(د) $\frac{1}{s} + \frac{1}{s} = 2$ ، $s \neq 0$ ، $v \neq 0$

(ج) $v = s + s$

(٢) جد معادلة العمودي على منحنى الدائرة التي معادلتها $s^2 - 3s + v^2 = 25$ ، عند كل من نقطتي تقاطعها مع منحنى $s^2 - 3s + v = 5$.

(٣) يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة $v^2 = 16 + 2t$ ، حيث t المسافة بالأمتار، t الزمن بالثواني، جد قيمة a الموجبة. علماً بأن سرعته بعد ٢ ثانية تساوي ١ م/ث.

(٤) إذا كانت $f = (2 + \sqrt{2})a$ ، $a \neq 0$ هي معادلة الحركة لجسم يتحرك على خط مستقيم، حيث a ، m عددان ثابتان، أثبت أن: $t = -4$ ف عددياً. f المسافة بالأمتار، t الزمن بالثواني.

(٥) إذا كان المستقيم المار بالنقطة $(-2, 0)$ يمس منحنى العلاقة $s^2 + v^2 = 4$ ، جد نقطة / نقط التماس.

(٦) إذا كان $h^s + h^s = h^s + h^s$ ، فجد $\frac{ds}{ds}$ عند النقطة $(-1, 1)$.

(٧) إذا كانت $s^2 = l_{oh}(s, v)$ ، $s, v < 0$ ، فجد $\frac{ds}{ds}$ عند النقطة $(1, h)$.

(٨) إذا كان $h(s)$ ، $h(s)$ اقترانين قابلين للاشتقاق وكانت $v = h(s) \times h(s)$

$$\text{أثبت أن: } \frac{v}{s} = h(s) \left(\frac{\bar{h}}{h} + \frac{\bar{v}}{v} \right) \text{، حيث } h \neq 0 \text{، } h(s) \neq 0$$

تمارين عامة

- ١ ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:
 ١ إذا كان متوسط تغير الاقتران ق(س) في الفترة [١، ٣] يساوي ٤ وكان متوسط تغير نفس الاقتران في الفترة [٣، ٧] يساوي ٥⁻، فما متوسط تغير الاقتران ق(س) في [١، ٧]؟
 أ) ٢ ب) ١ ج) ١- د) ٢-
- ٢ إذا كان المماس المرسوم لمنحنى ق(س) عند النقطة (٢، ١-) يصنع زاوية قياسها ١٣٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فما قيمة $\frac{ق(س) - ق(٢)}{س - ٢}$ ؟
 أ) ١- ب) $\frac{١-}{٢}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) ١
- ٣ إذا كان ق(س) = جتا ٢س، فما قيمة ق'(س) + ٦ ق(س)؟
 أ) جتا ٢س ب) جا ٢س ج) ٢ جتا ٢س د) ٢ جا ٢س
- ٤ إذا كان ق(٢٧س + ١) = ٢س + ٣ وكان ق قابلاً للاشتقاق، فما قيمة ق'(٣)؟
 أ) ١٦ ب) ٢٩ ج) ٤٨ د) ١٤٤
- ٥ إذا كان س^٢ - س ص + ص^٢ = ٣، فما قيمة $\frac{دص}{دس}$ عند النقطة (١، ١-)؟
 أ) ٢- ب) ١- ج) ١ د) ٢
- ٦ إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} س^٢ + ٢ ، س \neq ٥ \\ س١٠ ، س = ٥ \end{array} \right\}$ ، فما قيمة ق'(٥)؟
 أ) ٠ ب) ٤ ج) ١٠ د) غير موجودة
- ٧ يتحرك جسيم على خط مستقيم وفق العلاقة: ف(ن) ع(ن) = ن
 ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني، ع(ن) السرعة، وكانت ع(٢) = ٣ م/ث،
 فما قيمة التسارع عندما ن = ٢ ثانية؟
 أ) ٨ م/ث^٢ ب) ٨ م/ث^٢ ج) ١٢ م/ث^٢ د) ١٢ م/ث^٢

- ٨ إذا كان $ق(س) = \frac{1}{س+1}$ ، $هـ(س) = ظاس$ ، فما قيمة $ق(هـ(س))$ ؟
- (أ) $قاس$ (ب) $جتاس$ (ج) ١ (د) $قاس$ $ظاس$
- ٩ إذا كانت $ق(س) = (س+٧)^{\frac{2}{3}}$ ، فما قيمة $ق'(١)$ ؟
- (أ) $\frac{11}{18}$ (ب) $\frac{4}{9}$ (ج) $\frac{15}{18}$ (د) $\frac{1}{2}$
- ١٠ إذا كانت $س = جتاص$ ، $ص \in]٠, \frac{\pi}{2}]$ ، فما قيمة $\frac{دص}{دس}$ ؟
- (أ) $\frac{1}{\sqrt{س-١}}$ (ب) $\frac{1^{-}}{\sqrt{س-١}}$ (ج) $\frac{س^{-}}{\sqrt{س-١}}$ (د) $\frac{س}{\sqrt{س-١}}$
- ١١ إذا كان $ق(هـ(٣)) = ١٥$ ، وكان $ق(س) = س^٢ - ٩$ ، $هـ(٣) = ٥$ ، فما قيمة $هـ(٣)$ ؟
- (أ) ٠ (ب) ١, ٥ (ج) ٢ (د) ٣
- ١٢ أي الاقترانات الآتية يكون قابلاً للاشتقاق على مجاله ؟
- (أ) $ق(س) = [س - ٢]$ (ب) $ق(س) = |س - ٢| - |س|$
- (ج) $ق(س) = \sqrt{س^٢ + ٢س + ١}$ (د) $ق(س) = [س + ٢] - [س]$
- ٢ إذا كان $ق'(١) = ٢ -$ ، $ق'(٣) = ٢ -$ ، $ق'(٣) = ٤$ ، جد $نهيا$ $\frac{ق(١+٩هـ) - ق(١)}{١ - هـ + ١\sqrt{}}$
- ٣ جد متوسط التغير للاقتران $ص = ق(س) = (س + ١)هـ^{س-٢}$ عندما تتغير $س$ من ٠ إلى ١
- ٤ إذا كان $ق(٢) = ٣$ ، $ق'(٢) = ١ -$ ، جد $نهيا$ $\frac{ق(س^٢ + ٢س - ١) - ق(٢)}{س^٢ - ١}$
- ٥ جد قيمة كل من النهايات التالية باستخدام قاعدة لوبيتال
- (أ) $نهيا$ $\frac{هـ^{٤س} - ١}{ظاس}$ (ب) $نهيا$ $\frac{هـ^{٢س} - هـ^{س}}{س^٢}$
- (ج) $نهيا$ $\frac{جا٢س - جاس}{س^٢}$ (د) $نهيا$ $\frac{١ - جتاس}{س جاس}$

٦ إذا كان هـ(س) = $\left. \begin{array}{l} \text{س}^2 + \text{ق}(\text{س} - 1) , \text{س} \leq 1 \\ \text{ق}(\text{س}) , \text{س} > 1 \end{array} \right\}$ ، وكان متوسط تغير الاقتران ق(س)

في الفترة [٢، ٠] يساوي ٣ جد متوسط تغير الاقتران هـ(س) في الفترة [٣، ٠]

٧ إذا كانت هـ(س) = $\frac{\text{ق}(\text{س}) - 2}{\text{س} - 1}$ ، ٣ = ق متصل على ح.

جد هـ(س) = $\frac{\text{س}^3 \text{ق}(\text{س}) - \text{ق}(1)}{\text{س} - 1}$

٨ يقف أحمد ونزار على سطح بناية، أفلت أحمد كرة من السكون وفق العلاقة ف_١(ن) = ٥ ن^٢، وفي اللحظة نفسها، رمى نزار كرة أخرى عمودياً إلى أسفل وفق العلاقة ف_٢(ن) = ١٥ ن + ٥ ن^٢، فإذا ارتطمت كرة أحمد بالأرض بعد ثانية واحدة من ارتطام كرة نزار، ما سرعة ارتطام كرة نزار بالأرض؟
(ف الإزاحة بالأمتار، ن الزمن بالثواني)

٩ إذا كان ق(س) = أجاس ، هـ(س) = $\frac{\text{س}^3}{1 + \text{س}^2}$ فجد قيمة أبحيث (هـ ق) = $(\frac{\pi}{6})$ ، ٠ = أ ، ٠ ≠

١٠ إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} [2 - \text{س}] + \text{س}^2 , 0 \leq \text{س} < 2 \\ \frac{2}{1 + \text{س}} , \text{س} \leq 2 \end{array} \right\}$ ،

ابحث في قابلية الاقتران للاشتقاق على مجاله.

١١ يتحرك جسم على خط مستقيم وفق العلاقة ف = ٢(هـ^٢ - هـ^٢ - ٥)، بين أن تسارع الجسم في أي لحظة يساوي ٤ عددياً. (ف الإزاحة بالأمتار، ن الزمن بالثواني)

١٢ إذا كان ق(س) = جاس - جتاس ، جد ق($-\frac{\pi}{4}$).

١٣ جد مجموعة قيم س التي تكون عندها ق(س) = ٠ في كل مما يأتي:

أ ق(س) = (س - ٢)³(٣ + ٢س) ، س ∈ [٣، ٠]

ب ق(س) = جاس (١ + جتاس) ، س ∈ [$-\frac{\pi}{2}$ ، ٠]

١٤ جد $\frac{دص}{دس}$ لكل من الاقترانات الآتية:

أ ص = ق (س) = $\frac{س هـ^٦}{جاس}$ ، جاس $\neq ٠$

ب ص = ق (س) = $\frac{س ل و س}{جتاس}$ ، حيث $س < ٠$ ، جتاس $\neq ٠$

١٥ يتحرك جسم في خط مستقيم حسب العلاقة ف(ن) = أ(جتا ٢ ن + جا ٢ ن) حيث ف تمثل بعد الجسم عن النقطة الثابتة (و)، ن الزمن بالثواني. ما تسارع الجسم عندما يكون على بعد ٣ أمتار من النقطة (و)؟

١٦ جد النقطة / النقاط التي يكون عندها المماس لمنحنى ق(س) = $س + \frac{١}{س}$ ، س $\neq ٠$
موازيًا للقاطع الواصل بين النقطتين (١، ٢) ، (٢، $\frac{٥}{٢}$)

١٧ أقيم ذاتي: أكمل الجدول الآتي:

مستوى الانجاز			مؤشر الاداء
مرتفع	متوسط	دون المتوسط	
			ايجاد متوسط التغير جبريا وهندسيا
			استخدام قاعدة لوبيتال في ايجاد المشتقات
			ايجاد مشتقات الاقترانات واحل مسائل متنوعة عليها
			ايجاد مشتقة اقترانات ليست كثيرة حدود
			توظيف قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني في ايجاد مشتقة اقترانات