أستاذ: فخري جرار
رياضيات علمي وصناعي

امتحان في الوحدة الأولى
للفرع الصناعي
تطبيقات التفاضل

الاسم: .....

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

(1) إذا كان $f(x)=e^{-6x}+\ln\left(\frac{e}{x}\right)$ فإن $f'(-e)$ هي:

a) $\frac{1}{e}+6e^{6e}$ b) $\frac{1}{e}-6e^{6e}$

c) $\frac{1}{e}+6e^{-6e}$ d) $\frac{1}{e}-6e^{-6e}$

(2) إذا كان $f(x)=\tan(5-3x)$ فإن $f'(x)$ هي:

a) $\frac{3}{\cos^2(5-3x)}$ b) $\frac{-3}{\cos^2(5-3x)}$

c) $\frac{3}{\sec^2(5-3x)}$ d) $\frac{-3}{\sec^2(5-3x)}$

(3) قيمة الثابت k التي تجعل المماس أفقياً عند النقطة $x=1$ للاقتران $f(x)=3kx^2+5x$ هي:

a) $k=\frac{5}{6}$ b) $k=\frac{-5}{6}$ c) $k=\frac{6}{5}$ d) $k=\frac{-6}{5}$

(4) إذا كان $y=\cos x+\sin 2x-\frac{3}{x}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ هي:

a) $\frac{dy}{dx}=-2\cos 2x-\sin x+\frac{3}{x^2}$ b) $\frac{dy}{dx}=2\cos 2x-\sin x+\frac{3}{x^2}$

c) $\frac{dy}{dx}=2\cos 2x+\sin x-\frac{3}{x^2}$ d) $\frac{dy}{dx}=-2\cos 2x+\sin x-\frac{3}{x^2}$

(5) الفترة/الفترات التي يكون فيها الاقتران $f(x)=x^3-3x^2-9x+5$ متناقصاً هي:

a) $(-\infty,-1)$ b) $(-1,3)$ c) $(3,\infty)$ d) $(-1,\infty)$

(6) القيمة العظمى للاقتران $f(x)=x^3-\frac{x^4}{4}, x\in[-1,4]$:

a) 3 b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{27}{4}$ d) 64

(7) ميل مماس العلاقة $x^3 + y^3 = \sqrt{x+y}$ عند النقطة $(0,1)$ هو:

a) $\frac{1}{5}$ b) $\frac{-1}{5}$ c) 5 d) -5

(8) ميل العامودي لمنحنى الاقتران $f(x) = \sin 2x + \tan 2x$ عند النقطة $x = \pi$ هو:

a) 4 b) $\frac{1}{4}$ c) -4 d) $\frac{-1}{4}$

(9) إذا كان $y = \frac{e^x}{x^2+1}$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند $x = 0$ هي:

a) -1 b) 1 c) 2 d) -2

(10) إذا كان $f(x), g(x)$ اقترانين قابلين للاشتقاق عند $x = 2$ وكان

$f'(2) = 3, f(2) = 1, g'(2) = -2, g(2) = 2$ فإن قيمة $(f.g)'(2) + 1$ هي:

a) 4 b) 5 c) 3 d) 6

(11) معادلة العمودي لمنحنى $f(x) = \frac{3}{5-\sqrt{x}}$ عند النقطة $x = 4$ هي:

a) $y = -12x + 48$ b) $y = -12x - 48$

c) $y = -12x + 49$ d) $y = -12x - 49$

(12) قيمة x التي يكون عندها للاقتران $f(x) = x + \cos x$، $x \in [0, 2\pi]$ مماسـا أفقياً هي:

a) 0 b) π c) $\frac{\pi}{2}$ d) 2π

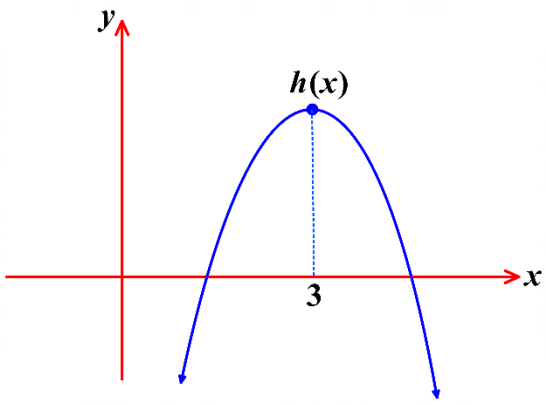
(13) يكون للاقتران $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ قيمة صغرى محلية عند:

a) $\sqrt{2}$ b) 2 c) $1 + \sqrt{2}$ d) $-1 - \sqrt{2}$

(14) إذا كان $\frac{1}{x} - \frac{1}{y} = 4$ حيث $x \neq 0, y \neq 0$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a) $-\frac{x^2}{y^2}$ b) $\frac{x^2}{y^2}$ c) $-\frac{y^2}{x^2}$ d) $\frac{y^2}{x^2}$

(15) الشـــكل المجاور الـذي يمثل منحنى الاقتران $h(x)$ المعرف على R فإن إحـدى العبارات الآتية صحيحة:



a) $f(x)$ متزايد على الفترة $(3, \infty)$

b) $f(x)$ متناقص على الفترة $(-\infty, 3)$

c) يوجد قيمة صغرى محلية عند $x = 3$

d) يوجد قيمة عظمى محلية عند $x = 3$

(16) يتحرك جســـيم على خط مســـتقيم بحيث يعطى موقعه في أي لحظة بالاقتران $s(t) = 3t^2 + 7$، ما سرعة الجسيم بعد 3 ثواني:

a) $18\ m/s$ b) $34\ m/s$ c) $6\ m/s$ d) $22\ m/s$

(17) إذا كان $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$ حيث $x \in R$ فإن الفترة التي يكون فيها الإقتران متزايداً هما:

a) $(1, \infty)$ b) $(-1, \infty)$ c) $(-\infty, 1)$ d) $(-\infty, -1)$

(18) أحد العبارات التالية خاطئة فيما يخص الإقتران $f(x) = \sqrt[5]{x^3}$:

a) الإقتران $f(x)$ متزايد على R b) الإقتران $f(x)$ معرّف عند $x = 0$

c) يوجد قيمة صغرى محلية عند $x = 0$ d) النقطة $x = 0$ تعتبر قيمة حرجة

(19) يتحرك جســـيم على خط مســـتقيم بحيث يعطى موقعه في أي لحظة بالاقتران $s(t) = t^3 - 6t^2 + 5$، فإن الجسيم يسكن لحظياً بعد انطلاقه عندما:

a) $t = 0$ b) $t = 4$ c) $t = 2$ d) $t = 3$

(20) معادلـة المماس لمنحـنى الإقـتران $f(x) = e^{x^2+2x}$ عنـد نقطـة تقاطعـه مـع محور y هي:

a) $y = 2x - 1$ b) $y = 2x + 1$ c) $y = 2x - 2$ d) $y = 2x + 2$

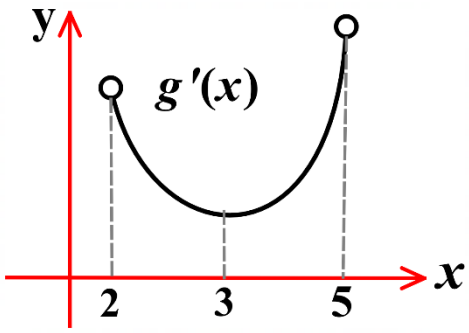
(21) إذا كان ميل المماس عند النقطة $x = 1$ للإقتران $f(x) = \ln(1 - ax^2)$ يســاوي 1 فإن قيمة الثابت (a) تساوي:

a) $a = -1$ b) $a = -2$ c) $a = -3$ d) $a = \frac{-1}{2}$

(22) إذا كان $y = cos\ (x + y)$ فإن $\frac{dy}{dx}$ تساوي:

a) $\frac{\sin(x+y)}{1+\sin(x+y)}$ b) $\frac{-\sin(x+y)}{1+\sin(x+y)}$ c) $\frac{\sin(x+y)}{1-\sin(x+y)}$ d) $\frac{-\sin(x+y)}{1-\sin(x+y)}$

(23) في الشــكل المجاور الذي يمثل منحنى المشــتقة الأولى للإقتران $g(x)$ المعرف على الفترة $[2, 5]$ فإن $g(x)$ يكون متزايداً في الفترة:



a) (2,3) b) (3,5)

c) (2,5) d) (3,4)

(24) إذا كان $y = x.\sin 3x$ فإن $\frac{dy}{dx}$ عند النقطة $x = \frac{\pi}{2}$ تساوي:

a) $3\frac{\pi}{2}$ b) $-3\frac{\pi}{2}$ c) 1 d) -1

(25) القيمة الصغرى المحلية للإقتران $f(x) = x^3 + 6x^2 + 8$ هي:

a) 6 b) 8 c) 40 d) 168

السؤال الثاني:

[a] يمثل الاقتران $s(t) = 5t^3 + 2kt + 1$ حيث $t \geq 0$ و k عدد ثابت موجب، موقع جسم يتحرك في مسار مستقيم حيث s الموقع بالأمتار، t الزمن بالثواني، جد ما يلي:

1) تسارع الجسيم بعد 3 ثواني إذا علمت أن سرعته الابتدائية هي $2\ m/s$.

2) متى يعود الجسم إلى موقعه الابتدائي بعد انطلاقه.

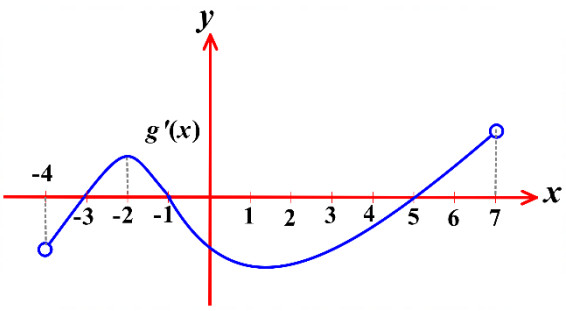
[b] جد $\frac{dy}{dx}$ للمعادلة الوسيطية المعطاة عند $t = 1$:

$$y = \sqrt{t^3 + 7}$$

$$x = t^5$$

[c] جد معادلة المماس لمنحنى الاقتران $y = \ln(x^2 - 1)$ عند نقطة تقاطع الإقتران مع المستقيم $y = \ln 3$.

السؤال الثالث:



[a] معتمداً على الشـكل المجاور الذي يمثل منحنى المشـــتقـة الأولى للاقتران $g(x)$ المعرّف على الفترة $[-4, 7]$، جد ما يلي:

1) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران g.

2) قيم x التي يكون عندها للاقتران g قيم قصوى محلية، مبيناً نوعها.

[b] جد جميع النقط الواقعة على منحنى العلاقة $x^2 + y^2 - 2y = 67$ والتي يكون ميل المماس لهذا المنحنى عند كل منها يساوي 4.

السؤال الرابـع:

[a] إذا كان $f(x) = 3x^{\frac{1}{3}} - x$ فجد ما يلي:

1) الفترة / الفترات التي يكون فيها $f(x)$ متزايداً والفترات التي يكون فيها متناقصاً.

2) القيمة /القيم العظمى المحلية والقيم الصغرى المحلية للاقتران $f(x)$.

[b] إذا كان $f(x) = (ax - b)^{\frac{2}{3}} + 5b$ حيث $a \neq 0$ وكان للاقتران $f(x)$قيمة قصـــوى عند النقطة $(4, 10)$ فجد قيمة كل من الثابتين a, b.

السؤال الخامس:

[a] جد القيمة العظمى المطلقة والقيمة الصـــغرى المطلقة (ان وجدت) للاقتران $f(x) = x.\sin x + \cos x$ في الفترة $[0, \pi]$

[b] يتحرك جسم في خط مستقيم وفق المعادلة الزمنية $s(t) = 6t^2 - \frac{t^3}{3}$ حيث $s(t)$ الموقع بالأمتار، t هو الزمن بالثواني، فجد تسارع الجسم عندما تنعدم سرعته.

[c] أثبت أنه مشتقة الاقتران $f(x) = \ln\left(\frac{e^x+1}{\sin^2 x}\right)$ هي:

$$f'(x) = \frac{e^x}{e^x+1} - \frac{2}{\tan x}$$

مع تمنياتي لكم بالتوفيق

الأستاذ: فخري جرار