أستاذ: فخري جرار | امتحان في الوحدة الثانية | الاسم: .....

رياضيات علمي وصناعي | للفرع العلمي

تطبيقات التفاضل

السؤال الأول: ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة:

(1) القيمة / القيم الحرجة للاقتران $f(x) = x^{3/5}.(4-x)$ هي:

a) $x = 0$ b) $x = \frac{2}{3}$ c) $x = 0$, $x = \frac{2}{3}$ d) $x = 0$, $x = \frac{3}{2}$

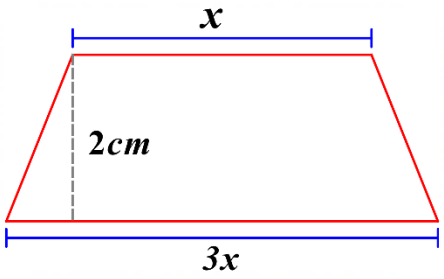
(2) القيمة العظمى المطلقة للاقتران $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ حيث $-\frac{1}{2} \le x \le 4$:

a) 4 b) 17 c) 14 d) 7

(3) خزان ماء على شكل مخروط نصف قطر قاعدته $2m$ وارتفاعه $4m$ إذا تم ملئ هذا الخزان بالماء بمعدّل $2\ m^3/min$، فإن معدل زيادة ارتفاع الماء في اللحظة التي يكون فيها نصف قطر سطح الماء هو $1.5\ m$ هي:

a) $\frac{8\pi}{9}\ m/\min$ b) $\frac{9}{8\pi} m/\min$ c) $\frac{8}{9\pi}\ m/\min$ d) $\frac{9\pi}{8} m/\min$

(4) في الشكل المجاور الذي يمثل شبه منحرف طول قاعدته السفلية تساوي 3 أضعاف طول قاعدته العلوية، إذا كانت مساحة شبه المنحرف تتناقص بمعدل $2\ cm^2/s$ فإن معدّل تناقص طول قاعدته السفلية هو:



a) $\frac{-1}{2} cm/s$ b) $\frac{-2}{3} cm/s$

c) $\frac{-3}{2} cm/s$ d) $\frac{-1}{3} cm/s$

(5) قيمة نصف القطر r التي تجعل معدّل تزايد حجم كرة يساوي ضعف معدّل تزايد مساحة سطحها (عددياً) هو:

a) 2 b) 4 c) 8 d) 16

(6) تنكمش أسطوانة بالحرارة بمعدّل ثابت وهو $12\pi\ cm^3/min$ يبقى ارتفاعها مساوٍ دوماً لقطر قاعدتها، فإن معدّل تغير مساحة سطحها في اللحظة التي يكون فيها قطر قاعدتها $2\ cm$ يساوي:

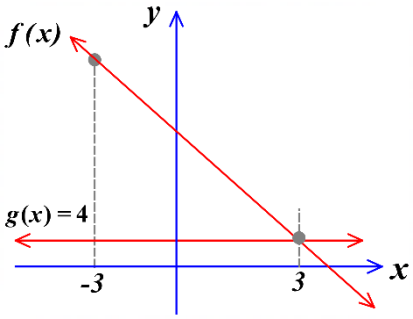
a) $-24\ cm^2/min$ b) $-20\ cm^2/min$

c) $-24\pi\ cm^2/min$ d) $-20\pi\ cm^2/min$

(7) مـا قيمـة / قـيم الثابـت a الـتي تجعـل الاقـتران $f(x)=(3a-6)x+7$ متزايداً على R:

a) $a>2$ b) $a=2$ c) $a<2$ d) $a=-2$

(8) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقترانين $f(x), g(x)$ فماذا يكون الاقتران $(g-f)(x)$ في القترة $[-3,3]$:



a) متناقصاً b) متزايداً

c) ثابتاً d) مقعر لأعلى

(9) إذا كان $f(x)=x^2-32\ln x$، فما عدد القيم الحرجة للاقتران $f(x)$ على مجاله:

a) صفر b) 1 c) 2 d) 3

(10) صندوق على شكل متوازي مستطيلات قاعدته مربعة حيث أن طول ضلع القاعدة هو x، ومساحة سطحه تساوي $8\ cm^2$. أحد العلاقات التالية تصف معدّل تغير حجم هذا الصندوق في أي لحظة وبدلالة طول ضلع قاعدته

a) $\left(2-\frac{3}{4}x^2\right)\frac{dx}{dt}$ b) $\left(2-\frac{3}{2}x^2\right)\frac{dx}{dt}$

c) $\left(2-\frac{4}{3}x^2\right)\frac{dx}{dt}$ d) $\left(2-\frac{2}{3}x^2\right)\frac{dx}{dt}$

(11) إذا كان $f(x)=8x-4(m-3)x^2$، فإن قيم الثابت m التي تجعل منحنى الاقتران $f(x)$ مقعراً للأسفل هي:

a) $(3,\infty)$ b) $(-3,\infty)$ c) $(-\infty,3)$ d) $(-3,3)$

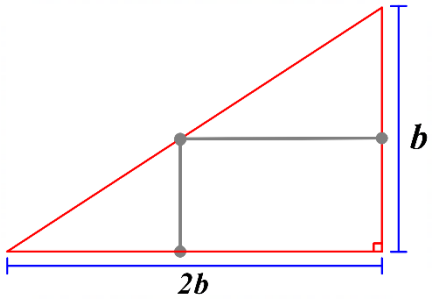
(12) إذا كان $f(x)=2x^3-x^4$، $x\in[0,3]$ فما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران $f(x)$ متزايداً.

a) $\left(0,\frac{3}{2}\right)$ b) $\left(\frac{3}{2},2\right)$ c) $(-1,0)$ d) $\left(-1,\frac{3}{2}\right)$

(13) إذا كان $f(x)=\sqrt[3]{x}$، $x\in R$، ما الفترة التي يكون فيها منحنى الاقتران $f(x)$ مقعراً للأعلى:

a) $(-\infty,0)$ b)$(-\infty,-2)$ c) $(-2,\infty)$ d) $(0,\infty)$

(14) في الشكل المجاور الذي يمثل مستطيل مرسوم داخل مثلث قائم الزاوية، فإن بعدي المستطيل التي تجعل مساحته أكبر ما يمكن هما:



a) $b,\frac{b}{2}$ b) $2b,b$

c) b,b d) $\frac{b}{2},2b$

(15) أقصر مسافة بين النقطة $(0,6)$ ومنحنى العلاقة $x^2-y^2=16$ هي:

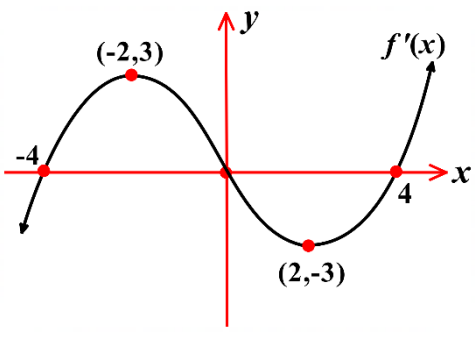
a) $\sqrt{52}$ b) $\sqrt{34}$ c) $\sqrt{18}$ d) $\sqrt{43}$

(16) أقل محيط ممكن لمستطيل مساحته $16\ cm^2$ تحدث عندما تكون القيمة العددية للمحيط:

a) ضعف قيمة مساحة المستطيل b) نصف قيمة مساحة المستطيل

c) مساوية لقيمة مساحة المستطيل d) ربع قيمة مساحة المستطيل

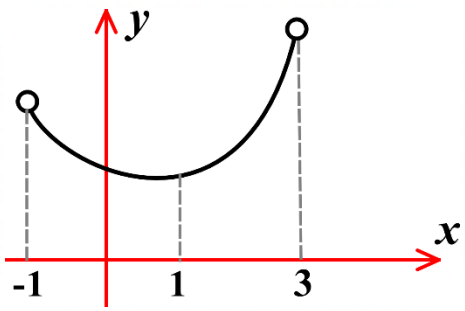
(17) يمثل الشكل المجاور منحنى اقتران المشتقة الأولى $f(x)$ ما الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى $f(x)$ مقعراً للأسفل



a) $(-\infty,0)$ b)$(-2,2)$

c) $(-\infty,-2)\cup(2,\infty)$ d) $(-\infty,-4),(4,\infty)$

(18) في الشكل المجاور الذي يمثل منحنى المشتقة الثانية للاقتران $g(x)$ المتصـــل على $[-1,3]$ فإن الاقتران $g'(x)$ يكون متزايداً في الفترة:



a) $(-1,1)$ b) $(1,3)$

c) $(-1,3)$ d) $(-3,1)$

(19) مثلث قائم الزاوية طول قاعدته 3 أضعاف ارتفاعه، و يتمدد المثلث بحيث يزداد طول قاعدته بمعدل $\frac{6}{\sqrt{5}}cm/s$ فإن معدل تزايد طول وتر هذا المثلث هو:

a) $\sqrt{2}\,cm/s$ b) $\frac{1}{\sqrt{2}}cm/s$ c) $2\ cm/s$ d) $2\sqrt{2}\ cm/s$

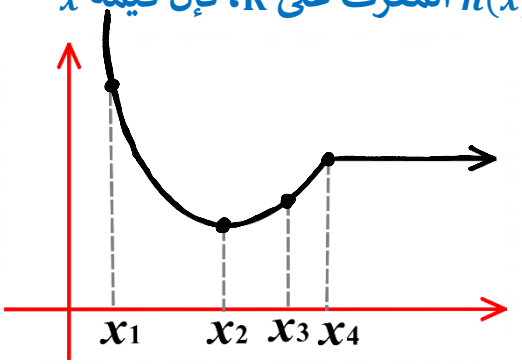
(20) إذا كان لمنحنى الاقتران $f(x)=\cos x-ax^2$ نقطة انعطاف عند $x=\frac{\pi}{3}$ فإن قيمة الثابت a هي:

a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{-1}{4}$ c) $\frac{1}{2}$ d) -1

(21) صندوق على شكل متوازي مستطيلات مفتوح من الأعلى قاعدته مربعة الشكل ومساحة سطحه تساوي $90\ cm^2$، أكبر حجم ممكن لهذا الصندوق هو:

a) $\frac{\sqrt{30}}{450}cm^3$ b) $\frac{450}{\sqrt{30}}cm^3$ c) $15\sqrt{3}\,cm^3$ d) $30\sqrt{15}cm^3$

(22) في الشـــكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران $h(x)$ المعرّف على R، فإن قيمة x التي يكون عندها المشـــتقة الأولى ســـالبة والمشتقة الثانية موجبة للاقتران $h(x)$ هي:



a) x_4 b) x_2

c) x_3 d) x_1

(23) إذا كان $P(x)=-0.1x^2+5x$ يمثل اقتران الربح بالدينار من بيع x من الأجهزة الكهربائية، فإن أعلى ربح ممكن تحقيقه بالدينار هو:

a) 187.5 JD b) 62.5 JD c) 125 JD d) 375 JD

(24) إذا كانت $\tan\theta = \frac{15x}{x^2+100}$ هي العلاقة التي تربط الزاوية θ والضلع x في مثلث، فإن أكبر قياس ممكن للزاوية θ يحدث عندما يكون قيمة x تساوي:

a) 100 b) $\frac{100}{3}$ c) 15 d) 10

(25) مكعب من الجليد ينصهر بسبب الحرارة بمعدّل $24\ cm^3/min$ محافظاً على شكله ووضعه، ما معدّل تغير مساحته الكلية عندما تكون مساحة أحد أوجهه $81\ cm^2$

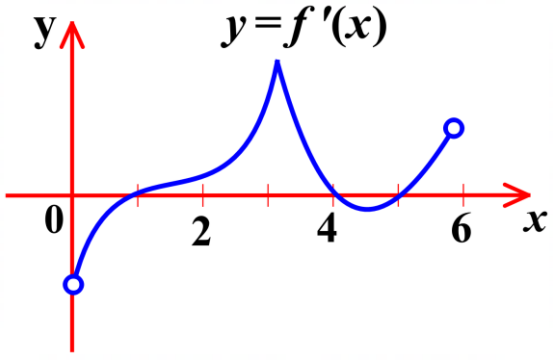
a) $\frac{-16}{9}cm^2/min$ b) $\frac{-32}{3}cm^2/min$

c) $-96\ cm^2/min$ d) $-16\ cm^2/min$

السؤال الثاني:

[a] خطان حديديان يميل أحدهما عن الآخر بزاوية قياسها $\frac{\pi}{3}$، ويلتقيان في النقطة m. يسير القطار A على أحدهما بسرعة $80\ km/h$ مقترباً من النقطة m، ويسير القطار B على الخط الآخر وبسرعة $50\ km/h$ مقترباً من النقطة m، عند الساعة التاسعة صباحاً كان القطاران على بعد 210 km، 180 km على الترتيب من النقطة m. جد معدّل اقتراب القطارين من بعضهما البعض عند الساعة الحادية عشرة صباحاً.

[b] الشكل المجاور يمثل منحنى المشتقة الأولى للاقتران $f(x)$ المعرّف على الفترة $[0, 6]$.



(1) جد الفترات التي يكون فيها الاقتران $f(x)$ متناقصاً والفترات التي يكون فيها $f(x)$ متزايداً.

(2) جد قيم x التي يكون للاقتران f عندها قيم قصوى محلية مبيناً نوعها.

السؤال الثالث:

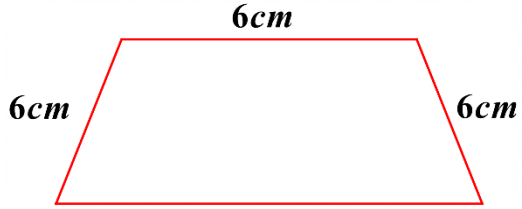
[a] إذا كان $x \in [-1, 4], f(x) = x.(2-x)^3$، فجد:

(1) فترات التزايد والتناقص للاقتران $f(x)$

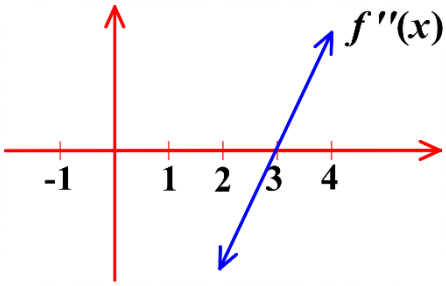
(2) القيم القصوى المحلية والمطلقة (إن وجدت) وبيّن نوعها.

(3) فترات التقعر لأعلى ولأسفل ونقط الانعطاف.

[b] شبه المنحرف فيه 3 أضلاع متساوية في الطول وطول كل واحدة منها $6\ cm$، جد أكبر مساحة ممكنة لشبه المنحرف.



[c] الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $f''(x)$، إذا علمت أن $f'(0) = f'(6) = 0$، جد كلاً مما يلي:



(1) فترات التقعر، ونقط الانعطاف لمنحنى الاقتران $f(x)$

(2) القيم القصوى المحلية للاقتران $f(x)$

(3) فترات التزايد والتناقص لمنحنى $f(x)$

السؤال الرابع:

[a] $B(0,9), A(0,4)$ نقطتان ثابتتان. C نقطة تتحرك على محور x الموجب، جد الإحداثي x للنقطة c الذي يجعل قياس الزاوية ACB أكبر ما يمكن.

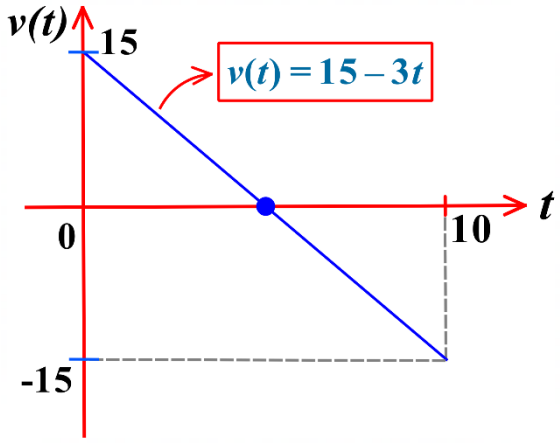
[b] بالون كروي الشكل حجمه $60\pi cm^3$، يتناقص حجمه نتيجة تسرب الغاز منه بمعدل ثابت مقداره $4\ \pi cm^3/s$ بحيث يبقى محافظاً على شكله الكروي. جد معدل تغير مساحة سطح هذا البالون بعد مرور 6 ثوانٍ من بدء تسرب الغاز منه.

[c] يمثل الإقتران $v(t)$ المبين منحناه في الشكل المجاور سرعة جسم يتحرك في مسار مستقيم، حيث v السرعة بالمتر لكل ثانية، وt الزمن بالثواني:

(1) جد قيم t التي يكون عندها الجسم في حالة سكون لحظي.

(2) ما الفترات الزمنية التي يتحرك فيها الجسم في الإتجاه الموجب؟ وما الفترات الزمنية التي يتحرك فيها الجسم في الإتجاه السالب؟

(3) ما الفترات الزمنية التي تتزايد فيها سرعة الجسم؟ وما الفترات الزمنية التي تتناقص فيها سرعة الجسم؟



السؤال الخامس:

[a] إذا كان $f(x) = \sin^2 x - \frac{1}{2}\cos 2x$، حيث $x \in \left[0, \frac{3\pi}{2}\right]$ فجد كلاً مما يلي:

(1) مجالات التزايد والتناقص للاقتران $f(x)$

(2) القيم القصوى المحلية للاقتران $f(x)$ (إن وجدت)؟

(3) فترات التقعر لأعلى ولأسفل، ونقط الانعطاف.

[b] وجد تاجر أنه إذا كان سعر الوحدة من سلعة معينة ديناراً واحداً فإنه بإمكانه بيع 400 وحدة من هذه السلعة، ولكن هذا العدد ينقص بمعدّل 20 وحدة لكل زيادة قدرها 10 قروش في السعر. جد سعر الوحدة الذي يجعل قيمة المبيعات (الإيراد) من هذه السلعة أكبر ما يمكن.

[c] إذا كان $f(x)$ كثير حدود من الدرجة الثالثة، يمر منحناه بالنقطة $(1,5)$ وله نقطة انعطاف عند $x=2$ بحيث أن معادلة المماس عند نقطة الانعطاف هي $3x+y=7$، جد قاعدة الإقتران $f(x)$.

مع تمنياتي لكم بالتوفيق

الأستاذ: فخري جرار